

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$$a, b > 0$$

$$a, b \in \mathbb{Q}$$

$$a + b = 1$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 \leq a^2 + b^2$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)(a+b) = 1 \cdot 1 = 1$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^2 - ab + b^2$$

$$\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \leq 1 - ab \leq 1 \Rightarrow (1 - ab) \leq ab \leq \frac{1}{2} \text{ т.к. если } ab > \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Downarrow$$
$$\frac{1}{2} \leq 1$$

Верно

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{2} \leq ab, \text{ что наруш.} \\ \text{условие} \\ (ab \leq \frac{1}{2}).$$

С этих двух утверждений можно сказать, что:

$$\frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 \leq a^2 + b^2$$

$$(a^2 = b(b+5)(4)) \quad a, b \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

$$a^2 = b(b+5) - 2 \quad (a, b) = ?$$

$$a^2 = b(b+5) - 2$$

$$a^2 = b^2 + 5b - 2 \Rightarrow b^2 + 5b - 2 - a^2 = 0$$

$$\text{ескі } a^2 = 1 \Rightarrow D = 5^2 - 4 \cdot (-2) = 37 \Rightarrow b_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$\text{ескі } a^2 = 4 \Rightarrow D = 5^2 - 4 \cdot (-6) = 49 \Rightarrow b_{1/2} = \frac{-5 \pm 7}{2} = -1; -6 \quad \text{и не входит в } \mathbb{N}$$

$$\text{ескі } a^2 = 9 \Rightarrow D = 5^2 - 4 \cdot (-11) = 69 \Rightarrow b_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{69}}{2}$$

$$\text{ескі } a^2(1) = 1(1+5) - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$a = \pm 2 \Rightarrow a = 2, \text{ м.к. } -2 \notin \mathbb{N}$$

$$\text{Ответ 1: } (2; 1)$$



a - зависимая п.

b - независимая п.

$$\text{ескі } b = 2 \Rightarrow a^2 = 2 \cdot 7 - 2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} \notin \mathbb{N}$$

$$\text{ескі } b = 3 \Rightarrow a^2 = 3 \cdot 8 - 2 = 22 \Rightarrow a = \sqrt{22} \notin \mathbb{N}$$

...

$$\text{ескі } b = 6 \Rightarrow a^2 = 6 \cdot 11 - 2 = 64 \Rightarrow a = 8 \in \mathbb{N}$$

$$\text{Ответ 2: } (8; 6)$$

Можно посчитать, что $a = 2 + 6n$; $n \in \mathbb{N}$ и $b = 1 + 5n$, то получим

$$\left. \begin{array}{l} a = 14 \\ b = 11 \end{array} \right\} 14^2 = 11 \cdot (11 + 5) - 2 \Rightarrow 196 = 11 \cdot 16 - 2 \Rightarrow 196 = 176 - 2 \Rightarrow 196 \neq 174$$

Вывод: формула $a = 2 + 6n$ и $b = 1 + 5n$ не работает.

$$\text{Ответ: } (2; 1); (8; 6)$$

d) $\text{НОК}(m; n) = 15 \quad m, n \in \mathbb{N}$
 $m, n = ?$

Шл. к. $15 \rightarrow \text{НОК} \Rightarrow m:15$ и $n:15$

m и n являются простыми, т.к. их $\text{НОК} = 15$