

$$\textcircled{1} \quad \frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 \leq a^2 + b^2, \quad a + b = 1.$$

$$\text{Т.к. } a + b = 1, \text{ то } 0 \leq a \leq 1 \\ 0 \leq b \leq 1.$$

$$a = 1 - b \\ b = 1 - a \Rightarrow$$

$$\frac{a^2 + (1-a)^2}{2} \leq a^3 + (1-a)^3 \leq a^2 + (1-a)^2 \quad | \times 2$$

$$\frac{a^2 + 1 - 2a + a^2}{2} \leq a^3 + 1 - 3a + 3a^2 - a^3 \leq a^2 + 1 - 2a + a^2$$

$$\frac{2a^2 - 2a + 1}{2} \leq 3a^2 - 3a + 1 \leq 2a^2 - 2a + 1 \quad | \times 2$$

$$2a^2 - 2a + 1 \leq 6a^2 - 6a + 2 \leq 4a^2 - 4a + 2 \quad | -2$$

$$2a^2 - 2a - 1 \leq 6a^2 - 6a \leq 4a^2 - 4a$$

$$a(a-1) - 0,5 \leq 3a(a-1) \leq 4a(a-1)$$

$$a^2 - a - 0,5 \leq 3a^2 - 3a \leq 4a^2 - 4a$$

$$a^2 - a - 0,5 \leq 3(a^2 - a) \leq 4(a^2 - a)$$

Степень действительного числа всегда < 1 ,

Например:

$$a = 0,9 \Rightarrow a^2 = 0,81. \quad a > a^2$$

$$a = 0,8 \Rightarrow a^2 = 0,64 \quad a > a^2 \dots$$

Тогда получим, что если a - действит. число,
то $(a^2 - a) < 0$.

Также при умножении целого числа на действительное, результат уменьшается.

Исходя из этого.

$$a^2 - a - 0,5 \leq 3(a^2 - a) \leq 4(a^2 - a), \text{ если } a < 1$$

$$\text{Тогда } \frac{a^2 + b^2}{2} \leq a^3 + b^3 \leq a^2 + b^2, \text{ если } 0 \leq a, b \leq 1$$

Проверка: Пусть $a = 0,4$ $b = 0,6$.

$$\frac{0,4^2 + 0,6^2}{2} = \frac{0,16 + 0,36}{2} = \frac{0,52}{2} = 0,26$$

$$0,4^3 + 0,6^3 = 0,084 + 0,216 = 0,3.$$

$$0,4^2 + 0,6^2 = 0,16 + 0,36 = 0,52.$$

$$0,26 \leq 0,3 \leq 0,52. \text{ Тем сапым } \frac{a^2+b^2}{2} \leq a^3+b^3 \leq a^2+b^2,$$

есми $a+b=1.$

$$② \quad a^2 = b(b+5) - 2.$$

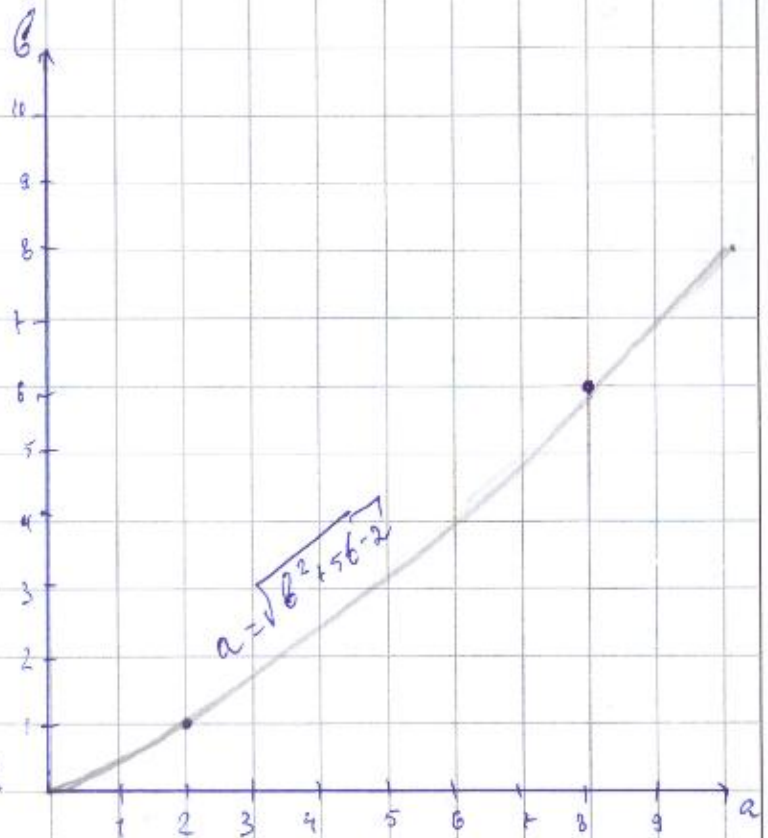
$$a^2 = b^2 + 5b - 2$$

$$a = \sqrt{b^2 + 5b - 2}$$

$$b = 1 \rightarrow a = \sqrt{1 + 5 - 2} = \sqrt{4} = 2.$$

$$b = 8 \rightarrow a = \sqrt{64 + 40 - 2} = \sqrt{102} \approx 10.$$

$$b = 6 \rightarrow a = \sqrt{36 + 30 - 2} = \sqrt{64} = 8.$$



Функция $a = \sqrt{b^2 + 5b - 2}$ проходит через (1;2), (6;8)

Омбет. $(a, b) = (2, 1); (8, 6)$