

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

Тіпсінде қисы мәніне сқаратын көрсетім $\frac{2n}{1+n}$ - мәніне жамметім қисы

дәлме қорамеме ер суретіміз ≤ 2 но не рөдө елді
 $\frac{2n}{1+n} \neq 2$ нәтижесінде $2n = 2 + 2n$ $0 \neq 2$ - неім рөдөме гүл n .

мәңде нәтижесінде мәк қисы $f(1) + f(2) + \dots + f(n) \leq \frac{2n}{1+n}$.

қисы қорамеме $f(1) + f(2) + \dots + f(n)$ - дәлме суретіміз мәніне
 ≤ 2 , көк қисы с нәтижесінде рөдөме қисы.

$f(1) + f(2) + \dots + f(n)$ - дәлме қорамеме мәніне суретіміз
қисы.

$f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_n)$ - мәніне. Тіпсінде мәніне жамметім
нәтижесінде мәніне суретіміз

$$f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_n) \leq \frac{2n}{1+n} \quad \text{нем} \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \leq \frac{2n}{1+n} \quad \text{а} \quad \frac{2n}{1+n} < 2.$$

$$\text{Зәңде} \quad \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2. \quad \text{Дәлме.$$

OK_1 и OK_2

логично будет предположить что они увеличатся

OK_1' и OK_2'

OK_1' - увеличивается на $(OK_1')^2 = (OK_1'')^2 + (OK_1'')^2$

$$OK_1' = OK_1 + OK_1''$$

$$\sqrt{(OK_1')^2 - (OK_1'')^2} = OK_1''$$

$$OK_1' = OK_1 + \sqrt{(OK_1')^2 - (OK_1'')^2}$$

$$OK_1' = 1,5$$

$OK_1'' < 1,5$ по условию что $\sqrt{x} \geq 0$

поэтому если OK_1' увеличится на какое-то число или оно увеличится
обратно $OK_1 = 1$. то теперь будет $OK_1 = 1 + c$ где c - это какое
число $\neq 0$ в каком случае будет равно нулю что $c = 0,5$ тогда.

$OK_1 = 1,5$. Теперь рассмотрим функцию OK_2' $OK_2 = OK_2' + K$

$$OK_2' = OK_2 + K$$

логично можно предположить что OK_2 увеличится на K какое-то число
 K - это абстрактно его как K , тогда у нас не выходит

никак получится как $OK_1' \neq OK_2' + OK_3' \neq 1,5 = c$, тогда и для
случая а) $OK_1' \neq OK_2' + OK_3' = 1,5$ где $OK_2' = 2 + K \neq 1,5$

Итого

Ответ: а) Не может

б) Не может.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

3-мәселе

$$2 \cdot 20^x \cdot 25^y - 2025^z = 1$$

мына теңдеуді шеш

x, y, z - рационал.

$$2 \cdot 20^0 \cdot 25^0 - 2025^0 = 1 \quad 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1 \quad 1 = 1$$

$x=0$ $y=0$ $z=0$
жауап мына \leftarrow

Бұл теңдеудің тек бір шешімі бар.

Жауап: $x=0, y=0, z=0$.

b) $20^x + 25^y = 2025^z$

$$5^x \cdot 4^x + 5^{2y} = 45^{2z}$$

$$20 \equiv 0 \pmod{4}$$

$$25 \equiv 1 \pmod{4}$$

мына теңдеуді шеш

x, y, z - рационал.

$$2025 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$\begin{array}{r} 2025/4 \\ \hline \end{array}$$

жауап тек бір теңдеудің шешімі бар.

Жауап: Жауап жоқ.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 1

$$1) \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_k} < 2 \quad \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_k}{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k} < 2$$

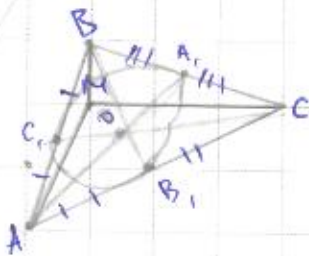
$$a_1 + a_2 + \dots + a_k < 2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_k \quad (a_1 + a_2 + \dots)$$

КБШ: $a + b \leq 2\sqrt{ab}$ $\sum_{i=1}^k a_i + a_2 + \dots + a_k \leq k \cdot \sqrt[k]{\prod_{i=1}^k a_i} < 2\sqrt[k]{\prod_{i=1}^k a_i}$

$$\sum_{i=1}^k a_i < 2\sqrt[k]{\prod_{i=1}^k a_i}$$

КТМ арқалы өсі теңсіздігі дәлелденуі

2)



M - кез келген нүкте, ол кез-келген қабырғата тиісіні
Бауы үшін

Терізгені: $BM = 1$, $CM = 3$, $AM = 2$

AA_1, BB_1, CC_1 медианалар, олардың қиылысу орны O
шарбездің ортасы

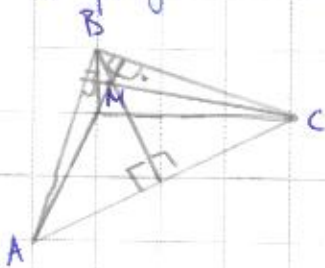
$$OA, OB, OC = r$$

$$AB = \frac{BC}{2} = \frac{AC}{2}$$

$$AC = \frac{AB}{2} = \frac{BB_1}{2}$$

$$BC = \frac{BA}{2} = \frac{CA}{2}$$

әрбір BB_1 қабырғадан биіктік созылғыз



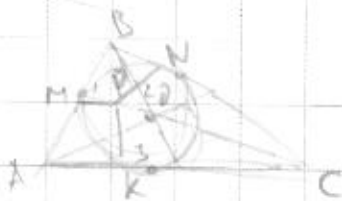
$$h = BM + CM + AM = 2 + 1 + 3 = 6$$

$$r = \frac{S}{P}$$

$$P = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$r = \frac{3a}{\frac{a+b+c}{2}} = \frac{6a}{a+b+c}$$



$$MP = 1 \quad PN = 2 \quad PK = 3$$

$$h = 1 + 2 + 3 = 6$$

Р нүктесі қабырғата тиісіні
Бауы үшін

медианалар созыл O нүктесін таппыз

$$r = \frac{S}{P}$$

$$P = \frac{a+b+c}{2} \quad S = \frac{a \cdot h}{2} = 3a$$

$$r = \frac{6a}{a+b+c}$$

$$AB = a \quad BC = b$$

$$c = AC$$

$$\frac{a}{\sin C} = \frac{b}{\sin A} = \frac{c}{\sin B} = 2R$$

$$\sin A \cdot a = 2R$$

$$\sin b \cdot b = 2R$$

$$\sin c \cdot c = 2R$$

$$3a) 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$2^x \cdot 5^x \cdot 5^y \cdot 5^{2z} \cdot 3^{2z} = 1$$

$$2^{2x} \cdot 5^x \cdot 5^{2y} \cdot 5^{2z} \cdot 3^{4z} = 1 \quad 2^{2x} \cdot 3^{4z} \cdot 5^{x+2y+2z} = 1$$

$$\ln 2^{2x} \cdot 5^x \cdot 5^{2y} \cdot 5^{2z} \cdot 3^{4z} = \ln 1$$

$$5^{x+2y+2z} = 1$$

$$x+2y+2z = 0$$

$$\ln 2^{2x} + \ln 5^x + \ln 5^{2y} + \ln 5^{2z} + \ln 3^{4z} = 0$$

$$2x \cdot \ln 2 + x \cdot \ln 5 + 2y \ln 5 + 2z \ln 5 + 4z \cdot \ln 3 = 0$$

$$2x \cdot \ln 2 + \ln 5 (x+2y+2z) + 4z \cdot \ln 3 = 0$$

$$2x \cdot \ln 2 + 4z \cdot \ln 3 = 0$$

$$2x \cdot \ln 2 = -4z \ln 3 \quad /: 2$$

$$x \cdot \ln 2 = -2z \ln 3$$

$$x = -2z \cdot \frac{\ln 3}{\ln 2} \quad \frac{\ln 3}{\ln 2} = k$$

$$x = -2z \cdot k$$

$$z = -\frac{x}{2} \cdot k^{-1}$$

$$x+2y+2z = 0$$

$$-2z \cdot k + 2y + 2z = 0 \quad /: 2$$

$$-z \cdot k + y + z = 0$$

$$y = z \cdot k - z$$

$$y = z(k-1)$$

$$b) 20^x + 25^y = 2025^z$$

$$20^{-2zk} + 25^{2(k-1)} = 2025^z \quad 2zk, 2(k-1) : 2$$

$$4^{-2zk} \cdot 5^{-4zk} + 5^{2(k-1)} = 2025^z$$

$$4^{-2zk} \cdot 5^{-4zk} + \frac{5}{5^{2z}} = 2025^z$$

$$5^{2zk} \cdot \left(4^{-2zk} \cdot 5^{-4zk} + \frac{1}{5^{2z}} \right) = 2025^z$$

$$3^{2zk} \cdot \left(4^{-2zk} \cdot 5^{-4zk} + \frac{1}{5^{2z}} \right) = 3^{4z} \cdot 5^{2z}$$

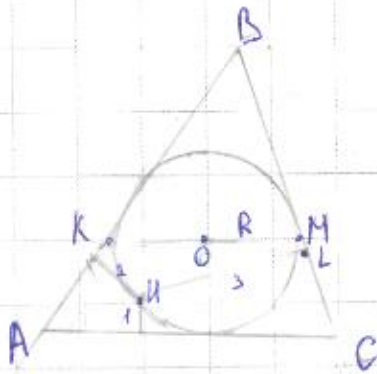
$$5^{2zk} : 5^{2z}$$

$$\left(4^{-2zk} \cdot 5^{-4zk} + \frac{1}{5^{2z}} \right) / 3^{4z}$$

Таш алмайды

№1

№2



ABC - тригольник

$$KM = 2R$$

а) Допустим, что $R = 1,5$, тогда $KM = 3$

и $KM = HL$, тогда KH должен $= 0$,

но т.к. KH не может быть $= 0$, то

условие не выполняется

б) Допустим, что $R = 1,51$, тогда $KM = 3,02$,

атысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

√3

$$a) 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$f(x, y, z) = 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z - 1$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{f_x}{f_x}$$

$$f(x) = \ln 20 \cdot 24^y \cdot 2025^z \cdot 20^x$$

$$f(z) = \ln 2025 \cdot 24^y \cdot 2025^z \cdot 20^x$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{\ln 20 \cdot 24^y \cdot 2025^z \cdot 20^x}{\ln 2025 \cdot 24^y \cdot 2025^z \cdot 20^x} = -\frac{\ln 20}{\ln 2025} = -\log_{2025} 20 = -\frac{1}{2} \log_{25} 20$$

$$b) 20^x + 25^y = 2025^z$$

$$\sqrt[n]{n!} \downarrow$$

$$a_1; a_2; \dots; a_n$$

$$g.k \Rightarrow \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2$$

Математиканың индукциямен тексеріп көруге болады.

қоралтып көздері ішіндегі сәтпен өзінге келсе,

① $a_1 = 1$ болады.
 $k=1$

$$\frac{1}{a_1} < 2 \quad \frac{1}{1} < 2 \quad \forall \text{ орындалады,}$$

② $a_n = k$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} \dots + \frac{1}{a_k} < 2 \quad \text{Бұл тұжырым дұрыс деп,}$$

байқаймыз

③ $a_n = k+1$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_k} + \frac{1}{a_{k+1}} < 2$$

енді тексердіз, $a_n = k$ кезде \downarrow бола дұрыс деп тұжырымдасаңыз,

$$\frac{1}{a_{k+1}} < ① \text{ деленді үзеткен керек.}$$

\downarrow деп айтқан себебім, мүмкін $a_n = k$ кезде тұжырым дұрыс емес пе дегенге ұяттық болса.

$$\frac{1}{k+1} < 1$$

$$\frac{1}{k+1} - 1 < 0$$

$$\frac{1-k-1}{k+1} < 0$$

$$\frac{-k}{k+1} < 0$$

$$\frac{k}{k+1} > 0$$

$$k \neq -1$$

$$k = 0$$



$$k \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; +\infty)$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

Бірақ біз мынадай зат қарастырып отырған соң, теріс мәндер
қиыншыт ала алмаймыз.

$$\text{Яғни } k \in (0; +\infty)$$

Қорытындылай келе, бұл теңсіздік қашанда бір натурал, бүтін
сандарда орындалады.

$\sqrt{3} \cdot 2$ а)



Бер: ABC - үшбұрыш $AD=3$
 O -центр нүктесі $OD=2$
 $BD=1$

AD, BE, CF қабырғасына түсірілген медиана.

Медиана қасиеті бойынша, олар центрге, яғни ортаң нүктеге $2:1$ қатынасына бөлінеді.

Одан, бізге $AD=3$ болса, $OD=1,5$ болатынын білеміз.

$r=OD$ деп білсек, онда радиусы $1,5$ деп тұжырымдай аламыз.

Жауабы: $r=1,5$.

$$\sqrt{\frac{9}{4}}$$

8) Бер:



ABC - үшбұрыш

$$AO = 3$$

$$CO = 2$$

$$BO = 1$$

т.к. r = ?

CD; FB; AE - үшбұрыштың медианалары.

Осы медианалардың O нүктесі мен қиылысу арқылы үшбұрыш тең 3 үшбұрышқа бөлінеді.

$$\triangle COB \approx \triangle BOA \approx \triangle COA.$$

Ал осы үшбұрыштарға түсірілген биіктік шеңбердің радиусы бола алады.

$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot h$$

$$S_{\triangle BOA} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot h$$

$$S_{\triangle COA} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot h$$

$$h = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt[3]{3}$$

$$a) \quad 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$2^{2x} \cdot 5^{2x} = 20^x$$

$$25^y = 5^y \cdot 5^y = 5^{2y}$$

$$2025^z = 3^{4z} \cdot 5^{2z}$$

$$\begin{array}{r|l} 2025 & 3 \\ \hline 675 & 3 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ \hline 5 & 5 \end{array}$$

$$2^{2x} \cdot 5^{2x} \cdot 5^{2y} \cdot 5^{2z} \cdot 3^{4z} = 1$$

$$\underbrace{5^{2x+2y+2z}}_{\text{бұл 5-ке бөлінеді}} = \frac{1}{\underbrace{4^x \cdot 81^z}_{\text{бұл да 5-ке бөлінеуі қыямет.}}}$$

$$5^{2x+2y+2z} = \underbrace{4^{-x} \cdot 81^{-z}}_{\Rightarrow \text{егер осылай болсақ 5-ке бізде 2 қалдық қалады.}}$$

$$4^{-x} \equiv 1 \pmod{5}$$

$$81^{-z} \equiv 1 \pmod{5}$$

$$4^{-x} \equiv 81^{-z} \pmod{5}$$

$$\frac{4^{-x} \cdot 81^{-z}}{5} = (k+l) \cdot 2$$

$$\log_5 5^{2x+2y+2z} = \log_5 4^{-x} + \log_5 81^{-z}$$

$$x+2y+2z = -\frac{1}{2} \log_5 4 + \frac{1}{2} \log_5 81$$

Егер осы өрнекті жіктесек, яғни,

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

$$x + 2y + 2z = \frac{1}{2} \log_5 4 + \frac{1}{81} \log_5 81$$

$$\left(x = \left(\frac{1}{2} \log_5 4 + \frac{1}{81} \log_5 81 \right) - 2y - 2z \right)$$

$$2y = \left(\frac{1}{2} \log_5 4 + \frac{1}{81} \log_5 81 \right) - x - 2z$$

$\sqrt{9} = 3$

$$\delta) \quad 20^x + 25^y = 20 \cdot 25^z$$

$$4^x \cdot 5^x + 5^{2y} = 5^{2z} \cdot 3^{4z}$$

$$(\log_5 4^x \cdot \log_5 5^{2x} + \log_5 5^{2y} = \log_5)$$

Барлығын 5-ке бөлісетін болса, оны 1 деп ала тұрамыз.

$$4^x + 1 = 3^{4z}$$

$$1 = 3^{4z} - 4^x$$

$$4^x = 3^{4z} - 1$$

$$(\text{Егер}) \quad 4^x = 81^z - 1$$

$$81^z = 4^x + 1$$

$$\text{Егер, } x=0 \text{ болса } 81^z = 1+1$$

$$\text{Егер, } x=k \text{ болса } 81^z = k+1$$

$k \Rightarrow$ яғни 4^x бір мәнінде бөлінетін сан мен k қалдық деп көрсетейік.

$$4^x \cdot 5^x + 5^{2y} = 5^{2z} \cdot 3^{4z}$$

$$k \cdot 5^x + 5^{2y} = 5^{2z} \cdot (k+1)$$

$$5^{2y} = \frac{5^{2z} \cdot (k+1)}{k \cdot 5^x}$$

Яғни осындай өрнектерге көле отырат бұл теңдеудің рационал шешімдері бар деп санаймын.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

1- тапсырма

$$b) 20^x + 25^y = 2025^z$$

$$x=1, y=1, z=\frac{7}{2}$$

$$20^1 + 25^1 = 2025^{\frac{7}{2}}$$

$$45 = 45$$

Әуелі: теңдеуді тексеріп көрейік.

$$a) 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$20^x = 1; 25^y = 1; 2025^z = 1$$

$$\begin{matrix} 20^0 = 1 & 25^0 = 1 & 2025^0 = 1 \\ 1 = 1 & 1 = 1 & 1 = 1 \end{matrix}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №



7- жауап

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

$$a_k = 1 + d(k-1)$$

$$a_k = a_1 + d(k-1)$$

$$d=1$$

Доказательство:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{1}{2}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n < \frac{1}{2}$$

$$a_1 + a_1 + d(k-1) + \dots + a_1 + d(k-1) < \frac{1}{2}$$

при $n=3$:

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d < \frac{1}{2}$$

$$3a_1 + 3d < \frac{1}{2}$$

множитель $a_1 = 1$

множитель d увеличивается на $n-1$

напримем при $n=3$ множитель d будет равен 3

при $n=4$:

множитель d будет равен $3 + n - 1 \Rightarrow 3 + 3 = 6$

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Мат 11-06

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ӘКУЛАГАТУМ ИИИИСТРАТИИИ
“ДАРЫН” РЕСПУБЛИКАЛЫҚ ҒЫЛЫМ-ПРАКТИКАЛЫҚ ОРТАЛЫҒЫ
РЕСПУБЛИКАЛЫҚ МЕНЛЕКЕТТІК ҚАЗЫНАЛЫҚ КӨСПӨРМЕСІ

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

1) a_1, a_2, \dots, a_n

$k = a_k$

$a_1 = 1$

$a_2 = a_1 + 2$ ($k = a$) $a_n = a_{n-1} + a_n$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2$$

1.1) Бізге тек екі мүше бар деп қарастырайық

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} < 2$$

$a_1 = 1$ $a_2 = 2 + 1 \leftarrow$ қорытатын шарлар саны.

$$\left(\begin{array}{l} \frac{1}{1} + \frac{1}{3} < 2 \\ \frac{2+1}{2} < 2 \\ 1 + \frac{1}{2} < 2 \end{array} \right)$$

$a_1 = 1$ $a_2 = 1 + 2 = 3$

$$1 + \frac{1}{3} < 2$$

$$1 + \frac{1}{2} < 2$$

1.1.1) Енді бізге үш және төрт мүше бар деп қарастырайық

$a_3 = 3$
 $a_4 = 4$

~~$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} < 2$~~
 ~~$\frac{6+3+2}{6} < 2$~~
 ~~$1 + \frac{5}{6} < 2$~~

~~$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} < 2$~~
 ~~$\frac{12+6+4+3}{12} < 2$~~

Енді бесінші мүшеге дейін қарастырайық.

$a_1 = 1$

$a_2 = a_1 + 2 = 3$

$a_3 = a_2 + 3 = 6$

$a_4 = a_3 + 4 = 10$

$a_5 = a_4 + 5 = 15$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 + \frac{3}{6} < 2$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = 1 + \frac{10+5+3}{30} = 1 + \frac{18}{30} = 1 + \frac{6}{10} < 2$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = 1 + \frac{10+5+3+2}{30} = 1 + \frac{20}{30} = 1 + \frac{10}{15} < 2$$

$$\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21}\right)$$

Демек $\frac{1}{a_1} < \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$ мәні 1 қосылған a_{n-1} дін a_n та

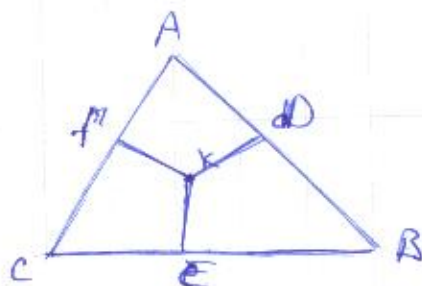
қатынасына тек \sum мәні екіге ұмтылады, бірақ ешқандай
отан нәтижесі.

2.

ABC - үшбұрыш

k - ABC үшбұрышына радиусы

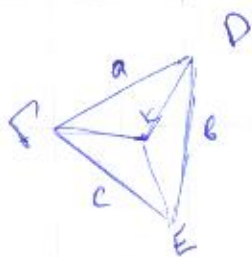
нүкте



$$kD = 1$$

$$kE = 2$$

$$kF = 3$$



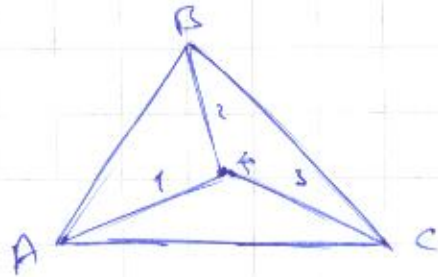
$$R = \frac{abc}{4S}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_{AKB} = S_{AKC} = S_{CKA} = \frac{kFa}{2} = \frac{kDb}{2} = \frac{kE \cdot c}{2}$$

$$\frac{3a}{2} = \frac{1b}{2} = \frac{2c}{2}$$

$$3a = 1b = 2c$$



ABC үшбұрыш

$AK=1$

$BK=2$

$CK=3$

3.

$$a) 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$20^x \cdot 5^{2y} \cdot 45^{2z} = 1$$

$$20 \equiv -1 \pmod{3}$$

$$5 \equiv 2 \equiv -1 \pmod{3}$$

$$45 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$5 \equiv 1 \pmod{4}$$

$$20^x \equiv -1 \text{ немесе } 1 \pmod{3}$$

$$20^x \cdot 5^y \cdot 5^y \cdot 45^{2z} = 1$$

$$20^x \cdot 5^y \cdot 5^y \cdot 45^{2z} = 1$$

$$20^x \cdot 5^y = -1$$

$$5^y \cdot 45^{2z} = -1$$

$$-1 \cdot (-1) = 1$$

$$20^2 \cdot 5^1 \cdot 5^1 \cdot 45^{2z} = 1$$

$$5 \cdot 45^{2z} = \frac{1}{2000}$$

$$45^{2z} = 10^{-4}$$

$$2025^z = 10^{-4}$$

$$\log_{2025} 10^{-4} = z$$

$$x = 2$$

$$y = 1$$

$$z = \log_{2025} 10^{-4}$$

$$b) 20^x + 25^y = 2025^z$$

$$20^x + 5^{2y} = 45^{2z}$$

$$20 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$5 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$45 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$20^x + 5^{2y} \equiv 0 \pmod{5}$$

$$20^x + 25^y \equiv 0 \pmod{5}$$

$$45^{2z} \equiv 0 \pmod{5}$$

$$x, y, z \in \mathbb{R}$$

$$20^x + 25^y = 45^{2z}$$

егерде x мен y 1-ге тек, ал z $\frac{1}{2}$ тек

Сонан бізгікі (мы) теңдеуіміз теңестірілері

$$20^1 + 25^1 = 45^{2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$20 + 25 = 45$$

$$45 = 45$$

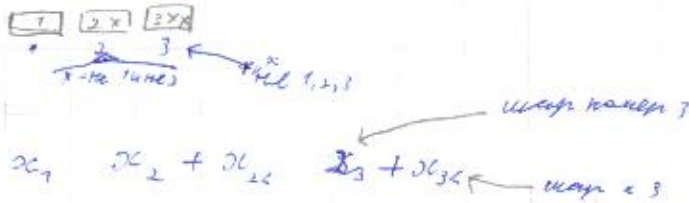
$$x = 1$$

$$y = 1$$

$$z = \frac{1}{2}$$

1. a_k - көлемі k шар
 k - қармақ

В коробке с количеством шаров k должен быть шар с номером k

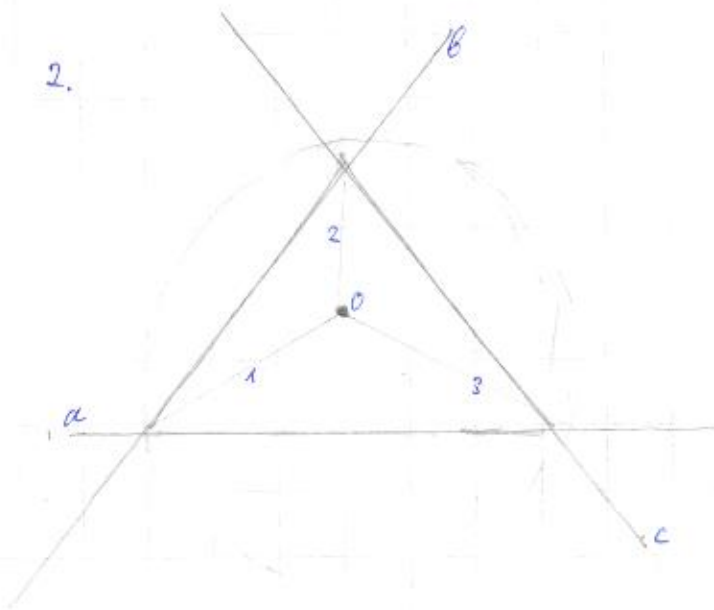


$$x_1 \quad x_2 + x_{22} \quad x_3 + x_{33}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2+\infty} + \frac{1}{3+\infty} + \frac{1}{4+\infty} + \frac{1}{\infty+\infty} < 2$$

бесконечно близка к 2, но не достигает 2

2.



O - точка внутри Δ

a - прямая с расстоянием до точки

b - прямая с расстоянием до точки

c - прямая с расстоянием до точки

a) нет

b) да

$$3. a) 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$n^x \cdot n^y \cdot n^z = 1^1$$

$$x + y + z = 1$$

$$(4 \cdot 5)^x \cdot (5 \cdot 5)^y \cdot (405 \cdot 5)^z = 1^1$$

$$4^x \cdot 5^x \cdot 5^y \cdot 5^y \cdot 405^z \cdot 5^z = 1^1$$

$$(4^x \cdot 5^y \cdot 405^z) \cdot (5^x \cdot 5^y \cdot 5^z) = 1^1$$

$$4^x \cdot 5^y \cdot 405^z = 1^1$$

$$5^x \cdot 5^y \cdot 5^z = 1^1$$

$$x + y + z = 1$$

$$x = 1 - y - z$$

$$1 - y - z + y + z = 1$$

$$1 = 1$$

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$

$$5^0 \cdot 5^0 \cdot 5^0 = 1$$

$$1 = 1$$

$$20^0 \cdot 25^0 \cdot 2025^0 = 1$$

$$b) 20^x + 25^y = 2025^z$$

$$(4 \cdot 5)^x + (5 \cdot 5)^y = (405 \cdot 5)^z$$

$$(4 + 5 - 405)^{xy^z} \cdot (5^x + 5^y + 5^z) = 0$$

Нет, не разрешимо

1.) a_1, a_2, \dots, a_n натурал сандары үшін әрбір k санына сәйкес a_k шарада 1-ден a_k -ға дейінгі сандармен көшіріп тікелерде әр қарапқа шарлардың санына тең көшірлі шар бағаландай етіп k қарапқа салуға болады.

$$\left| \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2 \right| \text{ екенін дәлелде?}$$

Шешуі.

Бізге бұл заңдылық орындалуы үшін тек үш натурал сан болуы керек, егер аспы кетсе бұл заңдылық орындалмай қалады.

Себебі:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 1\frac{5}{6} < 2$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1\frac{13}{12} > 2$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 1\frac{77}{60} > 2$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = 1\frac{87}{60} > 2$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} = 1\frac{669}{420} > 2$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} = 1\frac{1443}{820} > 2$$

2) Үшбұрыштың ішінде осы үшбұрыштың өзбұрыштарынан қалыптасқан түзулерге дейін арақашықтықтары 1,2 және 3 болатын нүкте таңдалады.

а) Үшбұрыш іштей сызылған үшбұрыштың радиусы 1,5-ке тең болуы мүмкін бе?

$$S = \frac{1}{2} (d_1 + d_2 + d_3) \cdot r \quad S \approx 6$$

$$S = \frac{1}{2} (1+2+3) \cdot 1,5 = 4,5$$

4,5 біздің тақыпта қарағанда кіші, сондықтан бәсе алмайды.

б) Үшбұрышқа іштей сызылған үшбұрыштың радиусы 1,51-ге тең болуы мүмкін ма?

$$S = \frac{1}{2} (d_1 + d_2 + d_3) \cdot r \quad S \approx 6$$

$$S = \frac{1}{2} (1+2+3) \cdot 1,51 = 4,53$$

4,53 те біздің тақыпта қарағанда кіші, сондықтан бәсе алмайды.

3) а) $20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$ теңдеуін x, y, z рационал сандарда шешіңіз.

$$(2^2 \cdot 5)^x \cdot (5^2)^y \cdot (3^2 \cdot 5^2)^z = 1$$

$$(2^2 \cdot 5)^x = 1 \quad (5^2)^y = 1 \quad (3^2 \cdot 5^2)^z = 1$$

$$x=0 \quad y=0 \quad z=0$$

Сонда біздің осы теңдеуіміз орындалу үшін x, y, z көрсеткіштері нольге тең болуы керек.

б) $20^x + 25^y = 2025^z$ теңдеуінің x, y, z рационал сандарда шешімі бар ма?

$$(4 \cdot 5)^x + 5^{2y} = (3^2 \cdot 5^2)^z$$

$$4^x \cdot 5^x + 5^{2y} = 3^{2z} \cdot 5^{2z}, \text{ бұл есепте бізде біреуінен артық}$$

тобалмаған, екісі талмаған екі бол, сондықтан екісі тауымыз үшін емес. 5-тің көп дәрежелері басқа тауы болар.

Задача 1

a_1, a_2, \dots, a_n - натуральные числа.

k - номер коробки и указывается количество шаров в данной коробке. (включая сам этот шар).

① По условию задачи сказано, то что ^{количество шаров} в коробке должно равно цифре указанной на коробке, сам шар с цифрой тоже учитывается.

② Возьму 5 коробок

1 коробка - 1 шар

2 коробка - 3 шара

3 коробка - 5 шаров

4 коробка - 4 шаров

5 коробка - 11 шаров

И в каждой коробке лежит то количество, что указано на коробке

③ Нужно доказать, что $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2$.

a_1, a_2, a_n - натуральные числа.

$$a_1 = 1, a_3 = 5, a_5 = 11$$

$$a_2 = 3, a_4 = 4$$

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{11} < 2$$

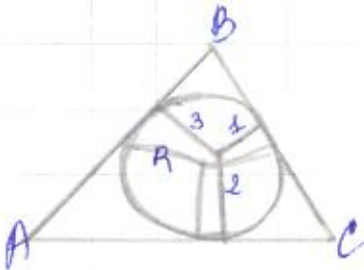
$$\frac{1155 + 385 + 231 + 165 + 105}{1155} < 2.$$

$$\frac{2041}{1155} < 2$$

$$\Rightarrow 1 \frac{886}{1155} < 2$$

что и требовалось доказать.

Задача 2



В вписанной окружности $R = \frac{S}{p}$
 $p = a + b + c$

- а) думаю, что да. $R = 1,5$
так как $\frac{S}{a} = 1 \frac{1}{2} = 1,5$
- б) нет, не может

-Задача 3.

а) $20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$, где x, y, z - рациональ

ные числа

$20 = 2^2 \cdot 5$, $25 = 5^2$, $2025 = 5^2 \cdot 3^4$

Подставим в уравнение

$$(2^2 \cdot 5)^x \cdot (5^2)^y \cdot (5^2 \cdot 3^4)^z = 1$$

$$2^{2x} \cdot 5^x \cdot 5^{2y} \cdot 5^{2z} \cdot 3^{4z} = 1$$

$$2^{2x} \cdot 5^{x+2y+2z} \cdot 3^{4z} = 1$$

Чтобы решить данное уравнение все степени должны быть равно 0.

$$2x = 0, \quad x+2y+2z = 0, \quad 4z = 0$$

$$2^0 \cdot 5^0 \cdot 3^0 = 1$$

$1=1$ ч.т.в.

б) $20^x + 25^y = 2025^z$

решимом ли данное уравнение в рациональных числах x, y, z

и считая, что нет т.к. данное число будет давать порочащее выражение, что не будет равно 2025.

1 задание:

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ - натуральные числа.

неравенство $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2$ всегда будет верным потому что:

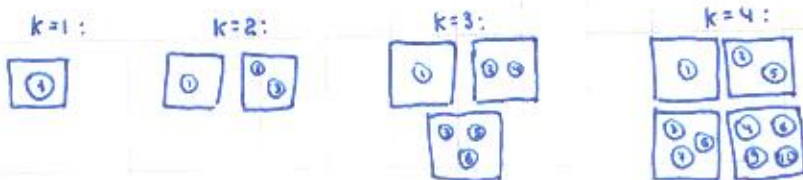
(Решение:)

1) По свойству дроби, чем больше будет значение в знаменателе - тем меньше будет значение самой дроби (например: $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, $\frac{1}{11} > \frac{1}{15}$ и т.д.)

2) Поскольку a_1, a_2, \dots, a_n - натуральные числа, минимальное число - 1, максимального числа нет $\in [1; +\infty)$

3) Исходя из пункта 2, максимальное значение одной дроби - 1, минимального нет $\in (0; 1]$

4) Нам необходимо разложить шары, пронумерованные от 1 до a_k в k ящиков:

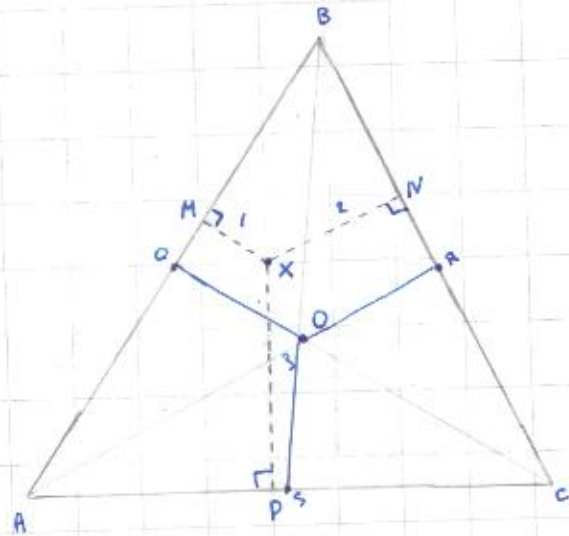


Таким образом, раз a_k будет следующим: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...

5) Подставим значения данного числового ряда:

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} + \frac{1}{28} + \dots + \frac{1}{a_k} < 2$$

2 задание:



ABC - тригольник

$$MX = 1$$

$$XN = 2$$

$$XP = 3$$

$$AP = PC ; AQ = QB ; BR = RC$$

- а) Нет, так как в таком случае, две из сторон будут параллельны
- б) Да.

3 задание:

$$a) 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$\begin{cases} 20^x = 1 \\ 25^y = 1 \\ 2025^z = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$(a^0 = 1)$$

$$b) 20^x + 25^y = 2025^z$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

$n \geq 1$ a_1, a_2, \dots, a_n натурал сандары үшін әрбір k санына сәйкес a_k марды 1 -ден a_k -ға дейінгі сандармен көшірмен жете марды әр қарапта марлардың санына тең көшірлі мар (өзін санағанда) болатындай етіп k қарапқа сауға болады.

$$a) \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2 \text{ екенін дәлелдеңіз.}$$

Шешуі: осы есепті шешу үшін мен комбинаториканың теру формуласын, яғни $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ және Жемдер теңсіздігін қолданамын. Жемдер теңсіздігі бойынша:

$$(a_1, a_2, \dots, a_n \text{ ес сандары үшін}) \\ (a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3) \geq 1.$$

$(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n, c_1, c_2, \dots, c_n$ ес сандары үшін

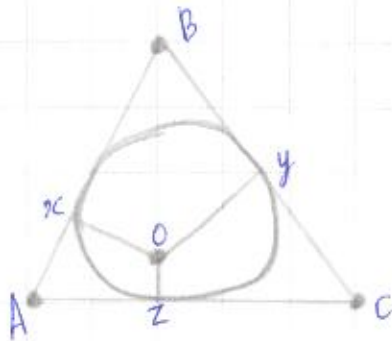
$$(a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3) (b_1^3 + b_2^3 + \dots + b_n^3) (c_1^3 + c_2^3 + \dots + c_n^3) \geq 1 \\ \geq (a_1 b_1 c_1 + a_2 b_2 c_2 + \dots + a_n b_n c_n)^3 \text{ теңсіздігі орындалады.}$$

№ 2

Үшбұрыштың ішінде осы үшбұрыштың қабырғаларын қамтитын түзулерге дейінгі арақашықтықтары 1, 2 және 3 болатын нүкте таңдаңыз.

а) үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусы 1,5-ке тең болуы мүмкін бе?

б) үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусы 1,51-ге тең болуы мүмкін бе?



$$xO = 2$$

$$yO = 3$$

$$zO = 1$$

а) менің ойымша 1,5 жауап бола алмайды

б) жауабы 1,5 болса, 1,51 ^{сан} жауабына тең бола алмайды.

№ 3

а) $20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$ теңдеуін x, y, z рационал сандарда шешіңіз.

б) $20^x + 25^y = 2025^z$ теңдеуінің x, y, z рационал сандарда шешімі бар ма?

Шешуі:

а) $20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$ теңдеуі орындалуы үшін мен келесі дәрежелің қасиетің қолданғым келеді. Кез келген санның 0 дәрежесі 1-ге тең болады. Сонда бізде осы теңдеудің дәрежелерінде 0 тұрса, теңдеуіміз орындалады.

$$20^0 \cdot 25^0 \cdot 2025^0 = 1$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$$

$$1 = 1$$

сонда $x=0$ $y=0$ $z=0$ мәндерінде теңдік орындалады.

б) $x=0$ $y=0$ $z=0$ болса $20^0 + 25^0 = 2025^0$

$$1 + 1 = 1$$

$$2 = 1 \quad \text{⊘}$$

Осы теңдеудің шешімі жоқ

Задача N 1

Тан как в каждой коробке a_k шаров, где k - это номер коробки, номер шара и количество шаров в коробке, то пусть $a_n = a_k$, тогда n будет указывать на количество шаров в коробке. Таким образом, a_n будет выростать в арифметической прогрессии, где d будет натуральным числом. Следовательно, зрды $\frac{1}{a_n}$ по мере увеличения числа n , будет уменьшаться.

Пусть $a_1 = 1$, $d = x$. Тогда

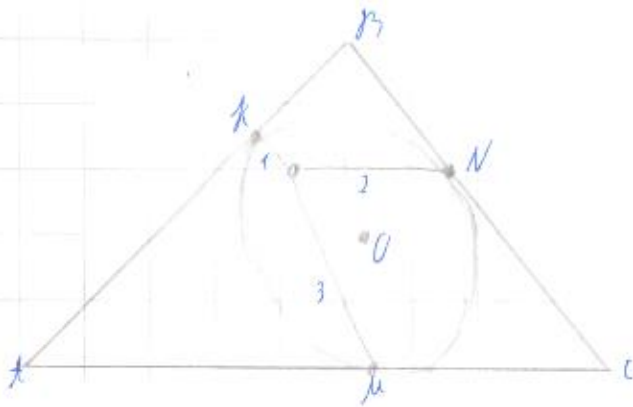
$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1+x} = \frac{2+x}{1+x}$$

$$\begin{aligned} \frac{2+x}{1+x} + \frac{1}{1+2x} &= \frac{(2+x)(1+x) + 1+x}{(1+x)(1+2x)} = \frac{1 + 2x + x + 2x + 1+x}{1 + 2x + x + 2x} \\ &= \frac{2x^2 + 4x + 2}{2x^2 + 3x + 1} \end{aligned}$$

Следовательно, дробь уменьшается на постоянной основе, не достигая значения суммы 2

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2$$

№ 2



Дано: $\triangle ABC$

O - центр вписанной окружности

E - точка, принадлежащая

вписанной окружности.

$$KE = 1$$

$$NE = 2$$

$$ME = 3$$

Найти: $P = 1,5 ?$

$$P = 1,5 \cdot 1 ?$$

Решение.

Пусть E - точка внутри вписанной окружности, K - точка, принадлежащая AB , M - точка, принадлежащая BC , N - точка, принадлежащая AC

Задача № 3

а) Заметно, что $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \\ z < 1 \end{cases}$, иначе решение не подходит.

Тогда,

$$2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z = 1$$

$$2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z = \frac{2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z}{2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z}$$

Умножим обе части на $2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z$

$$2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z \cdot 2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z = 2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z$$

тысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 4

$$(2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z)^2 = 2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z$$

Раскроем скобки по свойству $(a^h)^2 = a^{2h}$

$$2 \cdot 0^{2x} \cdot 2 \cdot 5^{2y} \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^{2z} = 2 \cdot 0^x \cdot 2 \cdot 5^y \cdot 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5^z$$

Төңірлік көп негіздері бірдей, сондықтан,

$$\begin{cases} 2x = x \\ 2y = y \\ 2z = z \end{cases}$$

Қарағанда шарты мүмкін тек бір мәнімен айыр-
май 0, бұл шартты қанағаттандырады

$$\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \\ z < 1 \end{cases}$$

Сонда жауап: $(0; 0; 0)$

б) Заманашы, бұл $2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 5 = 4 \cdot 5^1$, сонда

$$2 \cdot 0^x + 2 \cdot 5^y = (4 \cdot 5^1)^z$$

Положим, что $x \geq y \geq z$, тогда мы можем увидеть

пример решения, при котором

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Пример:

$$2 \cdot 0^1 + 2 \cdot 5^1 = (4 \cdot 5^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$2 \cdot 0 + 2 \cdot 5 = 4 \cdot 5$$

Следовательно, уравнение разрешимо

Ответ: уравнение разрешимо.

$$3. a) \quad 20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$$

$$20 \cdot 25 \cdot 2025 \cdot x \cdot y \cdot z = 1$$

$$x = \frac{1}{20}$$

$$y = \frac{1}{25}$$

$$z = \frac{1}{2025}$$

$$x \cdot y \cdot z = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{2025} = \frac{1}{20 \cdot 25 \cdot 2025} = \frac{1}{1012500}$$

$$x \cdot y \cdot z = \frac{1}{1012500}$$

Награда: $x = \frac{1}{20}$; $y = \frac{1}{25}$; $z = \frac{1}{2025}$

$$b) \quad 20^x + 25^y = 2025^z$$

$$y = \frac{2025 - 20^x}{25}$$

$$2025 - 20^x = 0$$

$$2025 + 25 = 81$$

$$x = 5k, k \in \mathbb{Q}$$

$$y = \frac{2025 - 20(5k)}{25} = \frac{2025 - 100k}{25}$$

$$y = 81 - 4k$$

$$x = 5k, y = 81 - 4k, k \in \mathbb{Q}$$

жауабы: рационал шешімдер.

2. а)

$$r = \frac{S}{p} \quad r = 1,5$$

$$1,5 = \frac{S}{p}, \quad S = 1,5p$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$a = b = c$$

$$p = \frac{3a}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

Мақсат: шеңбердің радиусы 1,5-ке тең болуы мүмкін.



2 б) $r = \frac{S}{p} \quad r = 1,51$

$$S = 1,51 \cdot p$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$p = \frac{3a}{2}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} a = 1,51$$

$$a = \frac{1,51 \cdot 6}{\sqrt{3}} = \frac{9,06}{\sqrt{3}} \approx 5,23$$

$$a \approx 5,23$$

$$\frac{S}{p} = 1,51$$

$$(a+b) > c; \quad b+c > a; \quad a+c > b$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\frac{S}{p} = 1,51$$

мақсат: радиусы вписанной в треугольник окружности может быть равен 1,51.

1. a_1, a_2, \dots, a_n

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} < 2$$

$$a \geq 2$$

$$\frac{1}{a_1} < 1$$

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n = 2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} = n \cdot \frac{1}{2} = \frac{n}{2}$$

есем $\frac{n}{2}$ мекше 2, есем $n \leq 3$

$$a_1 \geq 2$$

$$\frac{1}{a_1} < \frac{1}{2}$$

$$a_1 = a_2 = 2$$

жауабы: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$ барша мекше 2.

Задача №1

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2$$

Задача №2

а) Да

б) Нет

Задача №3

а) $20^x \cdot 25^y = 2025^z$

б) $20^x + 25^y = 2025^z$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница №

1)

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{k_1} + \frac{1}{a_n} < 2$$

$$\frac{4}{a_1 + a_2 + k_1 + a_n} = \frac{2^2}{6} = 2,3 \quad (-\infty; 3)$$

2)



a) $1:2:3 = 6:12:18 = 2:2 = 1,5 \Delta$

b) $3:4:5 = 12:16:20 = 3:4 \Delta$

3) a) $20^x \cdot 25^y \cdot 2025^z = 1$

$$20 \cdot 25 = 25 + 10 = 4$$

$$x = 3$$

$$20^3 \cdot 25^1 = 2 \cdot 5^1 = 1$$

$$x = 3$$

b) $20^x + 25^y = 2025^z$

$$20 + 25 = 2025$$

$$20 \cdot 25 = 20 + 10 = 1000$$

$$20^8 + 25^4 = 1000$$

$$x = 1000$$