Тапсырма 1

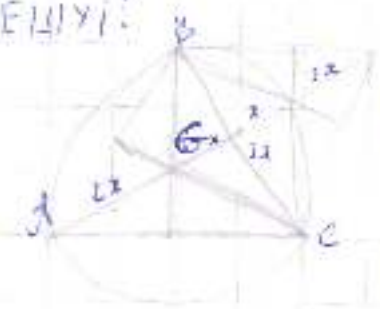
$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

ШЕШУІ:

$a=b=c$ болуы мүмкін, сондықтан, $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$ ... $(+\infty;+\infty;+\infty)$

Тапсырма 2

ШЕШУІ:



$\frac{d_1}{d_2}=\frac{1}{2}$ $\frac{d_1}{6x}=\frac{1}{2}$

$\frac{3x}{d_3}=\frac{1}{2}$ ~~$d_3=6x$~~ $d_1=3x$

$AB=2x$ $BC=3x$

$\frac{AB}{BC}=\frac{2x}{3x}=\frac{2}{3}$

Тапсырма 3

$a^2+141ab+5476b^2\geq 5a+1364b-512$

$a^2-5a+512\geq -5476b^2+1364b-141ab$

$a^2-5a-39a+39a+512\geq -(5476b^2-1364b+141ab)$

$(a-22)^2+39a+28\geq -5476b^2+1364b-141ab$

$(a-22)^2\geq -5476b^2+1364b-141ab-39a-28$

ШЕШУІ:

$a-22\geq\sqrt{-(5476b^2-1364b+141ab+39a+28)}$

теңдік дұрыс себебі, теңдіктің оң жағы нольден артық немесе тең болады және теріс сандағы түбірінен артық болады.

Тапсырма 4.

ШЕШУІ:

„5" саны тоғыз үшін комбинация бар:

{2,2,1}; {2,1,0}; {5,0,0}; {4,1,0}; {3,1,1}

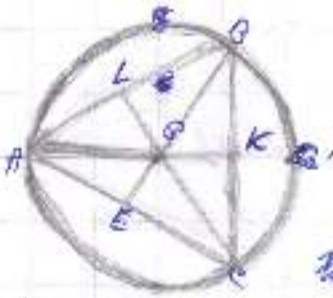
шаршыны 4 рет бұруға болады. Әр бұрылу сайын жаңа өріс пайда болады

5	1	0
2	2	1
0	1	4

→ 3 рет әр жолдағы орнын ауыстыруға болады. Сондықтан, 1-3-4212. 5 комбинация болғандықтан тағы да 5-ке көбейту керек. 12·5=60

Жауабы 60 өріс

№2



Берилген: ABC-үчбурыш, G - центроид.

Табылуусу: $\frac{AG}{DC}=?$

Чыгарылышы: $BC=DC=AB$

$AG=CG=BG$.

~~$AG=r$~~ $AG=r$; $2r=d$

$180°:3=60°$ ~~AD~~; $DC=120°$.

$\frac{r}{2}=GK$; $BK=CK$.

$AG\perp BC$; $AG=\frac{AD\cdot AC}{3}$

Жыйынтык: $\frac{BC}{AG}=\frac{2DC}{3AG}=\frac{2}{3}$.

№4

3×3 = 9 квадратының шыңдары болатын сан сонау,

сондықтан қосындысы 5 мүмкін мүмкін сандар: 0, 1, 2, 3, 4, 5.

0, 1, 4 сандарын орналастыра. Бұлар 6 орналасады мүмкін жағдайын

құрастырдық. ~~2,0,0~~ Сонда: (2, 3, 0); (2, 2, 1); (1, 1, 3); (0, 0, 0); (0, 1, 4) сандарының әр

қатарының қосындысы 5 тең болады. Олардың орналасуы 6-рет қайталана

орналастыра аламыз. Сонда 5·6 = 30 әртүрлі мүмкін сандардың орналасуының

саны табылды. Енді олардың 3×3 квадратшасына орналастырамыз

керек және олардың қайталануының мүмкіндігін ескере отырып ~~ал~~ таңдаудың

шарты болатын әрісте санды табу керек. 30 · 3 = 90. Жауабы: 3×3

квадратқа 90 әртүрлі таңдаулы мүмкіндік болады.

№3.

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a=x$ $b=x$; $b^2=x^2$; $a^2=x^2$

$x^2+141x\cdot x+5476x^2-5x-1364x-512=0$

$5618x^2-1369x+512=0$

$D=(1369)^2-4\cdot5618\cdot512=$

№1.

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

Болмасын a, b, c – оң бүтін сандар. Жиынтығы бірдей,

Мәндері тең натурал сан ала алмайды,

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ОРТАЛЫҚТЫ МЕМЛЕКЕТТІК
ДАРЫ / ПОСТОЯННАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ ПАТАЛЫ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

1

$a + (b,c) = b + (c,a) = c + (a,b)$

I вариант.

$a = b = c = X$ $\quad X + X,X = X + X,X = X + X,X = 2X,X$
(все числа равны)

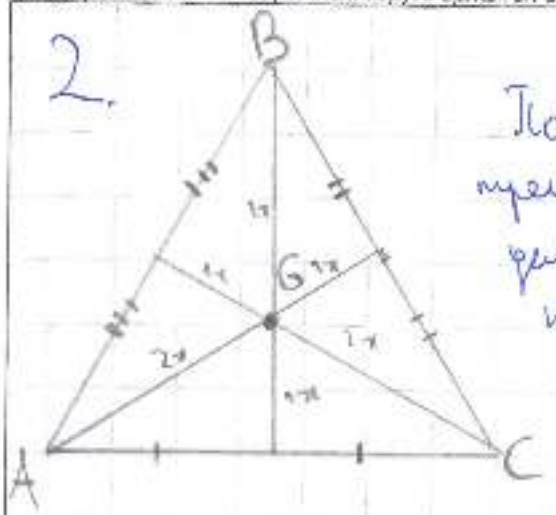
и тогда все числа будут делиться друг на друга ($X/(X,X)$).

II вариант
предположим что число (X,y) меньше X, чтобы при делении получить число

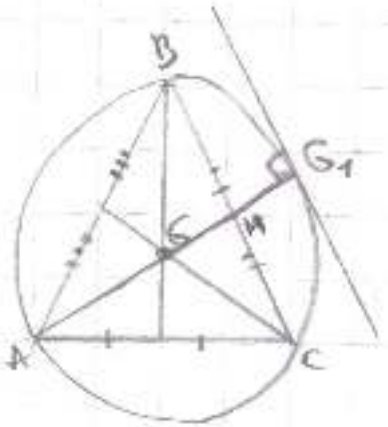
$a > (b,c)$ $\quad a > b$
$b > (c,a) \rightarrow b > c \rightarrow c > a > b$, а значит $(c,a) > (a,b) > (b,c)$
$c > (a,b$ $\quad c > a$

Значит, подходят все натуральные числа, которые соответствуют неравенствам (числа c,a,b - различные). Так как c - наибольшее из всех, то число (c,a) - будет наибольшим для c и соответственно для a.

2.



По свойству ~~то~~ пересечения медиан треугольника мы знаем, что пересечение делит каждую медиану в соотношении 2:1.



Так как G_1 симметрична G относительно BC, значит $GH = HG \to GH + HG = AG$

$AG = GG_1$

~~Отрезок~~ Отрезок проведённый к касательной является под прямым углом.

И так как G_1 и G ~~параллельны~~ симметричны относительно BC, значит касательная и BC - ~~это~~ параллельны, значит AH и B_1 - прямой. Только в равносторонем треугольнике медианой может быть и высота и биссектриса. Следовательно $\triangle ABC$ - равносторонний (AH - биссектриса, медиана, высота) AG - R (так, как пересечение биссектрис - это R) в равностороннем $\triangle$ $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$ $\sqrt{3} = \frac{a}{R}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{R(AG)}{a(BC)}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AG}{BC}$ Ответ: $\frac{AG}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$a^2+1141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512.$

$a^2+1141ab+5476b^2$ имеет квадраты $(a^2; b^2)$ и большие числа по сравнению с $5a+1364b-512$, поэтому при всех a и b отличных от нуля, кроме 0 неравенство верное.

(4.) Всего может быть 4 таблицы, в которых используются один комплект цифр.

1. таблица с цифрами 0; 1; 2; 3; 4.

2	2	1
2	3	0
1	0	4

2. таблица с цифрами 0; 1; 4; 5.

5	0	0
0	4	1
0	1	4

3. таблица с цифрами 1; 3.

3	1	1
1	3	1
1	1	3

4. таблица с цифрами 5; 0.

5	0	0
0	5	0
0	0	5

Ответ: можно заполнить 33 способами

Эти три таблицы имеют такое свойство что при изменении порядка чисел так, чтобы цифры менялись местами, и при этом удовлетворяя условию мы использовались методом перестановки столбцов и строк.

Перенесение строк по вертикале можно 6 раз (получить 6 различных таблиц)

Перенесение столбцов по горизонтали можно 3 раза.

Вывод из каждой таблицы мы можем получить 9 различных.

Из 3 таблиц мы можем получить:

$9 \times 3 = 27$ (различных)

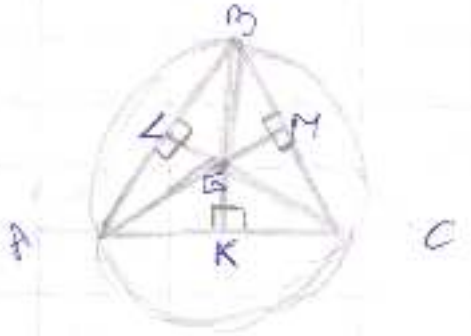
В 4 таблице мы можем переставить только строки 6 раз. Из этих комбинаций мы можем получить в таблице

$27 + 6 = 33$ (способа)

Задание 2

Найти

$\frac{AB}{BC}$ - ?



Решение

Рассмотрим $\triangle BKC$, $\triangle BKC$ - прямоугольный. По т синусов $\frac{BC}{\sin 90^\circ} = \frac{KC}{\sin 30^\circ}$

$\frac{BC}{1} = 2KC$

$BC = 2KC \Rightarrow \triangle ABC$ - равносторонний $\Rightarrow BC = 2MC$

Рассмотрим $\triangle AMC$

$\angle A = 30^\circ$, $\angle M = 90^\circ$, AB - R окружности по т синусов

$\frac{AM}{\sin 60^\circ} = \frac{MC}{\sin 30^\circ}$ $\quad \frac{2AM}{\sqrt{3}} = 2MC$ $\quad$ если $AM = \sqrt{3}MC$, то

$\frac{AM}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{MC}{\frac{1}{2}}$ $\quad AM = \sqrt{3}MC$ $\quad AB = \frac{\sqrt{3}MC}{2}$

Теперь, когда $AB = \frac{\sqrt{3}MC}{2}$ и $BC = 2MC$, получаем

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\frac{\sqrt{3}MC}{2}}{2MC} = \frac{\sqrt{3}MC^2}{4MC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Ответ $\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Задание 3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

① Пусть $a \geq 1$, тогда

$1+141b+5476b^2 \geq 5+1364b-512$

$141b+5476b^2-1364b \geq 5-512-1$

$141b+5476b^2-1364b+508 \geq 0$

$5476b^2-1223b+508 \geq 0$

$\varnothing$

② Пусть $a=0$, тогда

$5476b^2-1364b+512 \geq 0$

$\varnothing$

③ Пусть $a \leq -1$, тогда

$1-141b+5476b^2+5-1364b+512 \geq 0$

$5476b^2-1805b+318 \geq 0$

тогда b_1, b_2 – корни уравнения

④ Пусть $b \geq 1$, тогда

$a^2+141a+5476 \geq 5a+1364-512$

$a^2+141a-5a+5476-1364+512 \geq 0$

$a^2+136a+4674 \geq 0$

отсюда a – 1 корень, $-\frac{136}{7848}$

т.к. $D=0$

⑤ Пусть $b=0$, тогда

$a^2-5a+512 \geq 0$

$\varnothing$

⑥ Пусть $b \leq -1$, тогда

$a^2-141a+5476-5a+1364+512 \geq 0$

$a^2-146a+7352 \geq 0$

$\varnothing$

Ответ: $a \leq -1$ – 2 корня

$b \geq 1$ – 1 корень

Задание 4

0, 1, 2 ... 9 – 10 чисел

сумма (повторяющ) всех столбцов и строчек = 5

5	5	5	
			5
			5
			5

Возьмем $P(a)$ – четное число, а $P(b)$ – нечетное.

четные числа – 0, 2, 4, 6, 8

нечетные числа – 1, 3, 5, 7, 9.

Рассмотрим числа 0, 1, 3, 4, 5, т.к. они меньше или равны 6 а чтобы получить $a+b+c=5$, нужно именно такие числа

Вариантов:

(четное – 0, 2, 4)
(нечетное – 1, 3, 5)

(четн. и нечет и четн) или (четн и четн и нечетн) или (нечетн и четн и четн.)

4 тапсырма

a	b	c
d	e	f
g	h	i

$a, b, c, d, e, f, g, h, i \in [0; 9]$

$a, b, c, \ldots, i \geq 0$

$a + b + c = 5$

Егер a мен b-ны ең кіші сан ретін алсақ онда $c = 5$; ол дегеніміз 1 санын 4 рет алуымыз керек;

1)

5	0	0
0	5	0
0	0	5

0	5	0
0	0	5
5	0	0

0	0	5
5	0	0
0	5	0

3 мүмкін

Үшбұрышты орналастыру үшін осындай 3 мүмкіндік-ке қарай болады

0	0	5
0	5	0
5	0	0

5	0	0
0	0	5
0	5	0

0	5	0
5	0	0
0	0	5

Ұқсас санды бір диагональда жазып, сонымен қатар, сонымен қатар шифрды екеу.

Онда 5 саны мен 0 саны арқылы 6 әдіспен толтыруға болады

0; 4 және 1 санын қарастырайық

2)

1	1	0
3	4	1
1	0	4

4	0	1
1	4	0
0	1	4

4 санды бір диагональда жазып тек 0 мен 1 санды ауыстырып отырмаймыз тоғыздар саны екі ешқандай бірінші-мен қарағанда.

4 және 1 сандары арқылы 12 әдіспен толтыруға болады

3) 3 және 1 сандарын қарастырайық,

3	1	1
1	3	1
1	1	3

осы жолды ең бірінші сызып болғандықтан, онда 6 әдіс арқылы толтыруға болады

4) 3 және 2; 0 қарастырайық

3	2	0
0	3	2
2	0	3

ең екінші жағдай арқылы шешелік, онда 12 әдіс арқылы толтыруға болады.

5) 2 және 1 сандарын қарастырамыз

2	1	2
1	2	2
2	2	1

1	2	2
2	1	2
2	2	1

осында дәл бүйінше тақтайды шығаруға болады. Жалпы-сінде 6 түрлі шығады

Барлық нұсқаны табу үшін қосамыз

(1) + (2) + (3) + (4) + (5) = 6 + 12 + 6 + 12 + 6 = 42 түрлі

Жауабы: 3×3 тақтаны 42 жолмен толтыруға болады

1 тапсырма

$a+(b,c)=b+(c;a)=c+(a;b)$

$a,b,c \in N$

1) $a=1$ деп қарастырайық

$1+(b,c)=b+(c;1)=c+(1;b)$ c мен 1 сандарының өз ретімен орналасу болғанша бір болады

$1+(b;c)=b+1=c+1$ b мен 1 сандарды өз ретімен алмасу бірдей болады

$b+1=c+1 \Rightarrow b=c$ $1+(b,c)$-бойынша b-c болғандықтан Е ҮОБ b және c болады.

$a=1$ болса, онда $b=c$ $b,c \in N$ өз кезегі натурал сан болып алады.

2) $b=1$ болса; $a=c$, $a,c \in N$ өз кезегі натурал сан болып алады.

3) $c=1$ болса $b=a$, $a,b \in N$ өз кезегі натурал сан болып алады

4) $a=b=c$ болса

$a+(b;c)=b+(c;a)=c+(a;b)$ $a=b=c$ болғандықтан, сондықтан Е ҮОБ орындалады

$a+a=b+b=c+c \longrightarrow a;b;c \in N$ өз кезегі натурал сан болып алады

3 тапсырма

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+136\sqrt{6}b-572$

$a^2-5a+5476b^2-136\sqrt{6}b+141ab+572 \geq 0$

$(a^2-10a+25)+5a-25+(74b)^2-1480b+100)+136b-100+141ab+572 \geq 0$

$(a-5)^2+(74b-10)^2+5a+136b+141ab+387 \geq 0$

$(a-5)^2 \geq 0$

$(74b-10)^2 \geq 0$

1) $a \geq 0$, $b \geq 0$ қарастырайық

$(a-5)^2$ оң сан

$(74b-10)^2$ – оң сан

$5a$ – оң сан

$136b$ оң сан

$141ab$ оң сан

оң сан $+387 \geq 0$

яғни $a, b \in [0; +\infty)$

2) $a < 0$, $b < 0$ қарастырайық

$(a-5)^2$ оң сан

$(74b-10)^2$ – оң сан

$5a$ – теріс сан

$136b$ – теріс сан

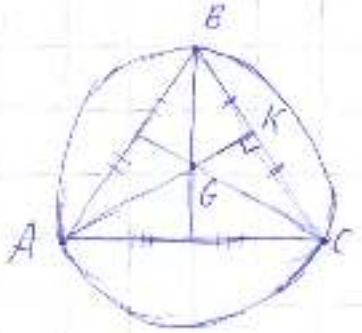
$141ab$ оң сан

$5a+136b \neq 141ab+387$

$141ab > 5a+136b$

Яғни $a, b \in (-\infty; 0)$

2 тапсырма



$\frac{AG}{BC}$ – ?

G нүктесі BC кесіндісінің симметрия болатындығынан

$GK \perp BC$

$\frac{AG}{BC} = \frac{57}{3}$

3 Задание

$a^2+141+b+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+2ab+b^2 \geq a+b$

$(a+b)^2 \geq a+b$

4 Задание

0	2	3
2	3	0
0	3	2

1	2	2
2	1	2
2	2	1

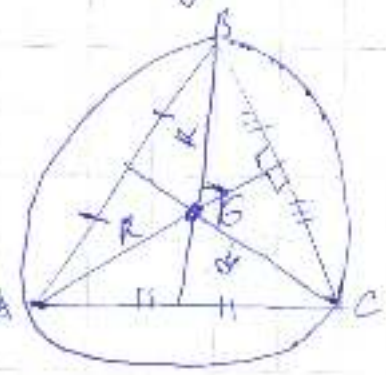
3	1	1
1	3	1
1	1	3

5	0	0
0	5	0
0	0	5

4	1	0
0	4	1
1	0	4

16 способов.

2 Задание



$BC = \sqrt{R^2+R^2}$

$BC = R\sqrt{2}$

$AG = R$

$\frac{AG}{BC} = \frac{R}{R\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1

$a \geq 0$

$b \geq 0$

$c \geq 0$

Задание №1

Таких чисел не существует, так как при каждом наборе чисел будут равны только 2 значения из 3х.

Нет 3х чисел, которые бы соответствовали данному высказыванию: $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

где (x,y) - НОД чисел x и y

Пример:

1) числа 2 4 6

$2+(4,6)=2+2=4$

$4+(2,6)=4+2=6$

$6+(2,4)=6+2=8$

$4\neq 6\neq 8$

2) числа 2 4 8

$2+(4,8)=2+4=6$

$4+(2,8)=4+2=6$

$8+(2,4)=8+2=10$

$6=6\neq 10$

3) числа 9 12 18

$9+(12,18)=9+6=15$

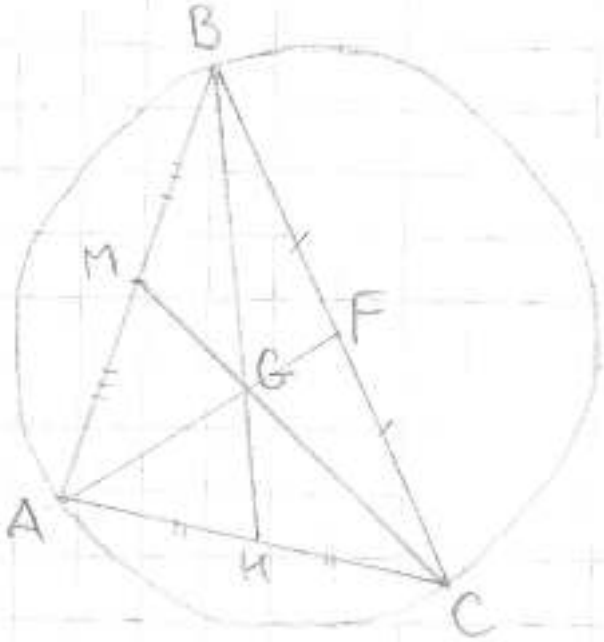
$12+(9,18)=12+9=21$

$18+(9,12)=18+3=21$

$15\neq 21=21$

Я рассмотрел все случаи, при изменении чисел в любом случае мы вернемся к данным трём примерам, где либо ни одно число не равно, либо где равны только 2 числа, а 3 не соответствует им.

Задание №2



Дано: $\triangle ABC$

G центроид, точка пересечения медиан BH и CM и AF

Найти: $\frac{AG}{BC}$

Решение:

медианы, которые пересекаются в одной точке, делят всю медиану в отношении 1:2

так как AF, CM, BH медианы, тогда BF=CF, AH:HC, AM=BM

Задание №3

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1) $5476b^2 \geq 1364b$ для любых действительных значений b

2) $a^2 \geq 5a$, кроме 1,2,3,4. Но $a^2 \geq 5a - 512$ при любых значениях, далее 1,2,3,4

Левая часть всегда будет $\geq$ правой части, так как даже при исключениях чисел 1,2,3,4 в правой части присутствует -512, что приведёт к отрицательному значению

При отрицательных числах при возведении в квадрат, число будет становиться положительным.

Даже при 0 левая часть будет $\geq$ правой части
Примеры: 1) $a=0$ $b=1$ 2) $a=1$ $b=0$

1) $5476 \geq 852$
2) $1 \geq -507$

Задание №4

таблица 3×3 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

1) числа 6,7,8,9 не подходят, так как по условию сумма 3-х чисел в каждой строке и столбце равнялась 5, а 6,7,8,9 > 5

2) числа 0,1,2,3,4,5 допускаются, так как разрешены повторения, например,

0	5	0
0	0	5
5	0	0

, где сумма каждой строки и столбца равно 5

3) так как разрешены повторения, существует огромное к-во вариантов распределения одинаковых чисел, например:

0	0	5
0	5	0
5	0	0

и

5	0	0
0	5	0
0	0	5

1	0	4
0	5	0
4	0	1

и

4	0	1
0	5	0
1	0	4

В сумме правильный ответ является
$5! + 4! + 3! + 2! + 1! = 153$ способа

Ответ: 153 способа

№3

$a^2 - 144ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1) в левой части уравнения присутствуют квадратные параметры, которые возведены в квадрат. Мы известно, что в время возведения отрицательного числа в квадрат - получаем положительное число. Таким образом в данном уравнении, в таком неравенстве легко мы можем подставить отрицательное число

2) Для видно что $D \geq 0$ для данного неравенства не выдуется, т.к. оно из квадратного дробно-рациональное. Также в обеих частях уравнения присутствуют одинаковые квадратные переменные.

Поэтому можно сделать вывод, что для любых действительных a, b справедливо данное это неравенство

Пример ①

$a = -2 \qquad b = \frac{1}{2}$

$(-2)^2 - 144 \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} + 5476 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \geq 5 \cdot (-2) + 1364 \cdot \frac{1}{2} - 512$

$4 + 144 + \frac{5476}{4} \geq -10 + \frac{1364}{2} - 512$

$-187 + 1369 \geq -10 + 682 - 512$

$1182 \geq 160$

Пример ②

$a = 1 \qquad b = -2$

$\frac{1}{2} + 288 + 2 \cdot 5476 \geq 5 \cdot (-2) + 1364 \cdot (-2) - 512$

$22167 \geq 3235$

Пример ③

$a = \frac{1}{2} \qquad b = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} - \frac{144}{8} + \frac{5476}{4} \geq \frac{5}{2} + 341 - 512$

$\frac{2 + 144 + 2738}{8} \geq \frac{5 + 682 - 1024}{2}$

$\frac{2884}{8} \geq -\frac{337}{2}$

№4

0	3	2
3	2	0
2	0	3

3	2	0
2	0	3
0	3	2

2	0	3
0	3	2
3	2	0

2	0	3
3	2	0
0	3	2

0	3	2
2	0	3
3	2	0

3	2	0
0	3	2
2	0	3

0	1	4
1	4	0
4	0	1

1	4	0
4	0	1
0	1	4

4	0	1
0	1	4
1	4	0

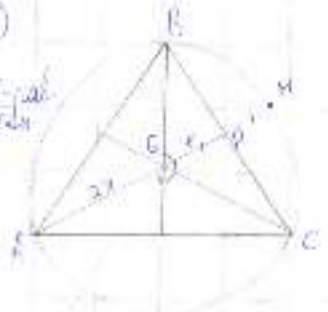
4	0	1
1	4	0
0	1	4

0	1	4
4	0	1
1	4	0

1	4	0
0	1	4
4	0	1

Ответ: всего 12 способов

(№2)



ΔABC - равносторонний

$AG : GM = 2 : 1$

$AG = 2x \quad GM = x$

① рассмотрим ΔCGP

$CG = 2x \Rightarrow$ т.к. $AG = GB = CG$

② рассмотрим по $90° - 60° = 30°$

если мы докажем что CB - биссектриса $\angle 30°$, то катет, который лежит напротив $\angle 30°$ равен половине гипотенузы

Итак: $CG = 2x$, $GP = x$

③ $180 : 3 = 60°$ $\Rightarrow$ Δ равносторонний, потому что треугольники равны

④ находим CP

$CP^2 = CG^2 - PG^2$

$CP^2 = (2x)^2 - x^2$

$CP^2 = 4x^2 - x^2$

$CP^2 = 3x^2$

$CP = x\sqrt{3}$

⑤ т.к. $CP = PB$

$CB = x\sqrt{3} \cdot 2 = 2x\sqrt{3}$

⑥ $\frac{AG}{BC} = \frac{2x}{2x\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Шифры үшін міндетті толтырылады
Шифр заполняется организатором

Бөлім

Қатысушының шифрін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения шифра участника

Парақ / Страница № 1

Задание №2.

Дано:

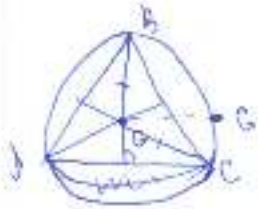
$\triangle ABC$

G - центр

Найти:

$\frac{AG}{BC} = ?$

Решение:



$\triangle BGC$ - равнобедр.

GA, GB, GC — радиус

$GA, GB, GC = GG_1$

Р-м $\triangle BGC$: $BG \neq BC$, $\frac{1}{2}$

$BC = BG \cdot 2$

BC - хорда.

BGG_1 - $\frac{1}{4}$ окружности

BG - радиус · 2,

т.е. BG · 2, значит

радиус в 2 раза меньше

стороны треугольника.

Следовательно, $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

Задание №4

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (6-9 не рассматриваются).

5 = 0+5, 5+0
2+3, 3+2
1+4, 4+1 } одинаковые

5 = 0+2+3
0+1+4
1+1+3
1+2+2
5+0+0 (повторяется)

(и повторяется в разных вариантах)

К примеру, рассмотрим 5+0+0.

0	0	5
5	0	0
0	5	0

, 5 0 0 / 0 0 5 / 0 5 0 , 0 50 / 0 0 5 / 5 0 0

0 0 5 / 0 5 0 / 5 0 0 , 5 0 0 / 0 5 0 / 0 0 5 ,

2 способа

Сам. рассмотр.: 0+1+4

014, 014, 140, 140, 401, 401
401, 140, 401, 014, 014, 140
140, 401, 014, 401, 140, 014

410, 410, 041, 041
041, 104, 104, 410
104, 041, 410, 104

10 способов

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

Так, с 0+2+3 получаем 2 способа
с 1+1+3 = 6 способов (на перестановку).
с 1+2+2 = 6 способов.

Итого с этой комбинацией получаем 36 способов.

Все эти 36 способов для каждой комбинации между собой по разному => 36·9 = 324.

Задание №3.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 13{,}64b - 512$.

В данном неравенстве сложим отдельно по одной стороне больше за счет больших чисел, можно сделать и (a, b) в квадрате, тогда нам неравенство сторона с квадратом (вначительно большие числа) и (a, b) в первой степени. Соответственно, если подставлять разные числа a и b, то одна сторона все равно больше.

Например, при $a = 1$, $b = 1$.

$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 13{,}64 \cdot 1 - 512$

$5618 \geq 857$

$a = 2$, $b = 3$.

$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 3 + 5476 \cdot 3^2 \geq$

$\geq 5 \cdot 2 + 13{,}64 \cdot 3 - 512$.

Можно логически сделать вывод на примерах, что в любом случае будет $a^2 + 141ab + 5476b^2 > 5a + 13{,}64b - 512$

Задача №1.

$a*(b,c) = b*(c,a) = c*(a,b)$.

a,b,c = одинаковые числа.

Например, $a,b,c=1$.

$1*(1,1) = 1*(1,1) = 1*(1,1)$

$2,1 = 2,1 = 2,1$ и можно с др. числами.

1-тапсырма.

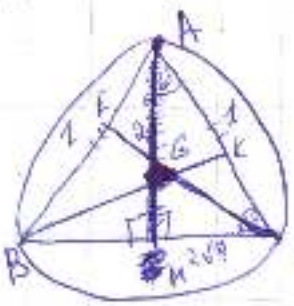
$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$; $a;b;c$ натурал сандар.

$$\begin{cases} a+(b,c) \\ b+(c,a) \\ c+(a,b) \end{cases}$$

$N=\{3\}$

$n=3$ $\quad 3+\overset{6,3}{3,3}=3\overset{6,3}{+3,3}=3+\overset{6,3}{3,3}$

2-тапсырма.



Берілгені: $\triangle ABC$.
CE - медиана
BK - медиана
G - центрлер.
AC = AB теңбүйір

Т/К: $\frac{AG}{BC}=?$

Шешуі

AC = 1.

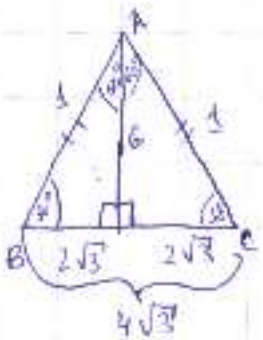
AM = 2 себебі, 30°-қа қарсы жатқан катет гипотенузаның жартысына теңдей.

$MC=2\sqrt{3}$ → 60°-қа қарсы тұрады т.а. $\{a\sqrt{3}\}$

$BC=4\sqrt{3}$

AG = 1.

$$\frac{AG}{BC}=\frac{1}{4\sqrt{3}}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\frac{\cancel{4}^{1}\sqrt{3}}{\cancel{12}_{4}\cdot 3}=\frac{\sqrt{3}}{12}$$



Жауабы: $\frac{AG}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{12}$

№3

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ => ауыстыра кетіңіз формуланы болдыру.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b - 512 \geq 0$

$a^2b^2(\underbrace{141 + 5476 - 5 - 1364 - 512}_{3736}) \geq 0$

$$\begin{array}{r} 5476 \\ +\ 141 \\ \hline 5617 \\ -\ 1881 \\ \hline 3736 \end{array}$$

$a^2b^2\, 3736 \geq 0$

$a^2b^2 \geq -3736$

ШІБ01! a^2b^2-ның орнына ұлкен болады деп теріс сан бала шығыпты деп айтылған

№7

0; 1; ... 5 цифр қолдан.

① - дұрыс

2	2	1
1	0	4
2	3	0

5 5 5

②

3	1	1
2	0	3
0	4	1

③

0	5	0
5	0	0
0	0	5

④

3	2	0
2	2	1
0	1	4

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

⑤

1	2	2
2	3	0
2	0	3

Кейде ол шығып болад, ол дұрыс орын алмастыру арқылы шығып орналастырудан болад. Мысалы, көрсетілгенді.

Түсі:

$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

(x, y) – x және y сандарының ЕЕ

оң мән белгісі

мұнда a, b, c – натурал сандар

Шешуі:

$$\begin{cases} a = b + (c, a) - (b, c) \\ b = c + (a, b) - (c, a) \\ c = a + (b, c) - (a, b) \end{cases}$$

2. Б/Н:

ABC - үшб.

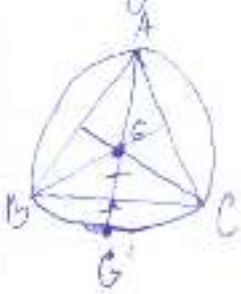
G - центроид, медианалардың

қиылысу нүктесі

G' -> G нүктесіне симметриялы

тік $\frac{AG}{BC}$ - ?

Шешуі:



$AG = GG' = R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$BC = a$

$\frac{AG}{BC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Жауап: $\frac{AG}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ немесе $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Шифры қатысушының толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 3

Парақтың артқы жағын толтырмаңыз / Обратную сторону листа не заполнять

2. Б.Т.К.:

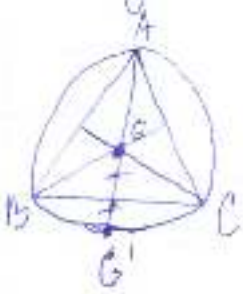
ABC – үшб.

G – центроид, медианалардың қиылысу нүктесі

G' → G нүктесіне симметриялы

т/к $\frac{AG}{BC}$ – ?

Шешуі:



$AG = GG' = R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$BC = a$

$\frac{AG}{BC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Ж/А: $\frac{AG}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ немесе $\frac{1}{\sqrt{3}}$

№1

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a, b, c табамыз. Бұл жерде (x,y) - x пен y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

Шешуі: ЕҮОБ анықтамасы бойынша сандарға бөлінетін ең үлкен сан $a \neq b \neq c$. Бұл жағдайда бір-бірінен ешқ бола алатын сандар a, b, c - сандарына сәйкес бола алады.

$a-x$, $b-y$, $c-z$ деп алайық.

$x+(y;z)=y+(z;x)=z+(x;y)$.

$x+(y;z)=y+(z;x)$ $\quad$ $y+(z,x)=z+(x;y)$ $\quad$ $x+(y;z)=z+(x;y)$

$x-y=(z;x)-(y;z)$ $\quad$ $y-z=(x;y)-(z,x)$ $\quad$ $x-z=(x;y)-(y;z)$

$$\begin{cases} x-y=(z;x)-(y;z) \\ x-z=(x;y)-(y;z) \\ y-z=(x;y)-(z;x) \end{cases}$$

$x-y+x-z+y-z=(z;x)-(y;z)+(x;y)-(y;z)+(x;y)-(z;x)$

$2x-2z=2(x;y)-2(y;z)$

$x-z=(x;y)-(y;z)$

демек, бұл сандар дара бөлінгіш.

(мысал: 9 бен 3 сандарын алсақ $x=9$, $z=3$

$(9,y)-(y;3)=6$

$9-3=6$

y - демек осы сандардың ең кіші ортақ шығы.

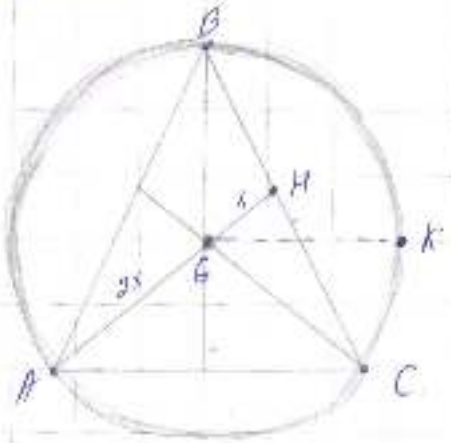
Сонда, a, b, c ға сәйкес келетін сандар бір-бірінен ортақ сайын бола алатын әрі бірді ешқ бөлінетін сандар жиынтығы.

$16+(8;12)=16+4=20$. $\quad$ $12+(8;16)=12+8=20$, т.с.с.

№2.

ABC үшбұрышы берілген және G-центрмен, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесінде BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте ABC үшбұрышына сыртқы сызылған шеңбердің бойында жататындай болсын. $\frac{AG}{BC}$ қатынасын табыңыз.

1) Қозғасы:



медиана - үшбұрыштың төбесінен табан қабырғасын қақ 2-ге бөлетін (екіге) тізу

Ал G - медианалардың қиылысу нүктесі.

G нүктесінде BC қабырғасына қатысты симметриялы, шеңбер бойында жататын K-нүктесін аламыз.

Медианаға байланысты үшбұрыштың қасиеттерінде мынау, олар 2:1 қатынасында бөлінеді. Яғни AG-бізде 2x болса, GH - x болады. $\frac{AG}{GH} = \frac{2}{1}$, GK - бұл бізде сызылған сыртқы сызылған шеңбердің радиусы болса, сол сияқты AG, BG, CG-ға K-ға тең болады. K нүктесі BC қабырғасына әрі G нүктесіне симметриялы болғандықтан, BC - диаметрге тең болады деуге болады, AG - 2x болса, BC - 2·2x болады. Себебі, d = 2R, диаметр 2 есселенген радиусқа тең. Демек, AG - 2x, BC - 4x.

$\frac{AG}{BC} = \frac{2x}{4x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Қорытынды анықтауын жүргіземіз.

Нәтиже: $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$ болады

№3.

Кез келген натура a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз. $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 50 + 1364b - 512$.

Анықтама, натура сандар дегеніміз бұл: 1, 2, 3, 4, 5 ... сандары. Берілген теңсіздікті тексеру үшін, ең алғашқы ретімен $a = 2$, $b = 1$ сандарын енгізіп қояйық

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 50 + 1364b - 512$

$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 50 + 1364 \cdot 1 - 512$.

$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512$

$5762 \geq 862$, теңсіздік орындалады.

Бірінші, бұл жерде теңсіздік белгісі дұрыс тұрған өрнекті, яғни $a^2 + 141ab + 5476b^2$ өрнегінде, квадрат сандарын берілген және тек оң сандарды. Сонымен, теңсіздіктің сол жағында тұрған өрнектің әлемі кем емес болады (ең аз мәні). Екінші, өрнектің екінші бөлігі $50 + 1364b - 512$-ні алсақ, бұл жерде квадрат мүшесі азайтылмаған, сонымен бұл өрнектің мәні 0-ден кем болады

Нәтиже: теңсіздік дәлелденді.

№ 4

0, 1, ..., 9 цифрларын қайталап (қайталануы шыққы) 3 қатардан тұратын 3 бағаннан цифрлардың қосындысы 5-ке тең болатындай 3×3 матрицасын қанша әдіспен толтыруға болады?

Шешуі: 3 қатар, 3 баған берілген болып 3 санның қосындысы бізге 5-ті беруі керек.

1)

0	0	5
5	0	0
0	5	0

$a+b+c=5$
$a, b, c \le 5$
Яғни, біз 5-тен үлкен сандарды қарастыра аламыз. Сонда бізге осы цифрлар қалады: 0, 1, 2, 3, 4, 5

5 цифрын біз тек 1 рет қолдана аламыз.
1) Бұл, $0+0+5=5$ аламыз.

Ал қалған цифрларды 3 реттен қолдана аламыз. Мұны 1 цифрын қарастырсақ.
1) $0+0+4=5$ қайталанады
2) $0+2+2=5$ – 3 әдіс қайталанады
3) $0+1+3=5$ қайталанады

Сол сияқты қалған 0, 2, 3, 4 сандарын да 3 әдісті қолдана аламыз. Мұны: $1+2+2=5$, $0+2+3=5$, – 2 әдіс.
$1+1+3=5$ – 2 әдіс. $0+3+2=5$
$0+1+4=5$ – 3 әдіс. $0+3+2=5$ – 3 әдіс. $0+0+5=5$ – 1 әдіс. $0+1+4=5$ – 1 әдіс.

Барлық алғанда, $1+3+2+2+3+1=12$ әдіс, бірақ ауысымда қайталанатын әдістер болғандықтан, оларды алып тастаймыз. Сонда, 5 әдіс қалады. Бұл, $0+0+5=5$, $1+2+2=5$; $1+1+3=5$, $0+2+3=5$, $0+1+4=5$, $0+1+4$ әдістері.

Жауабы: 5 әдіс.

$$\boxed{a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a+b)}$$

$a, b, c - ?$

$(x;y)$ - x т/е y ЕҮОБ - ?

барлық натурал сан. a, b, c.

$$\boxed{a=1 \quad b=3 \quad c=2}$$

ЕҮОБ:

6	2
3	3
1	

$$\underbrace{1+(3+2)}_{6}=\underbrace{3+(2+1)}_{6}=\underbrace{2+(1+3)}_{6}$$

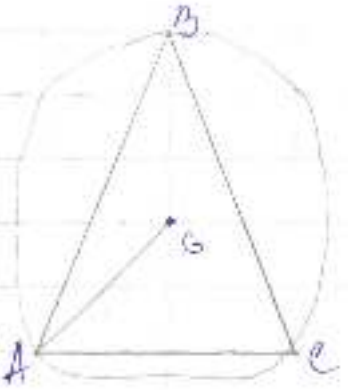
Жауабы: $a=1$; $b=3$; $c=2$. ЕҮОБ = 3.

Берілгені: ΔABC

G – центроид.

$G \perp BG$

$\frac{AG}{BC} = ?$



$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+136b-512.$

$\downarrow$

Бұл теңсіздік $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ формуласымен қолданылып тазартылған.

$\downarrow$

нифогор н/е дискриминант формуласын қолданылған.

$\boxed{D=a^2-4a.b}$

$\downarrow$

1) с-е теңсізсіз болса
2) туындылерінің 2 шешімі болса
3) туынді нөл болса

0, 1, ... 9. (реттіліп 5-ке тең болатындай).

$0+1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$

$\frac{45}{5}=9$ (3×3) тақтасын қанша әдіспен алуға болады?

Жауабы: 9 тәсілмен.

11.

Найдите все натуральные $a; b; c$ такие, что

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

Здесь (x,y) – наибольший общий делитель чисел x и y.

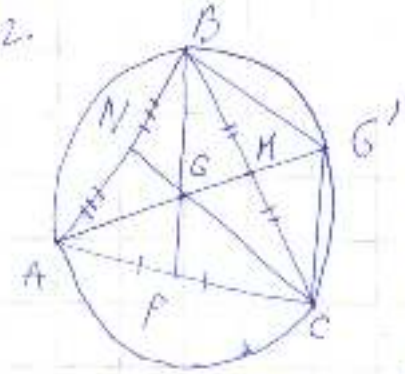
Обозначим $(b;c)$ как $НОД(b;c)$, $(a;b)$ как $НОД(a,b)$, (c,a) как $НОД(c;a)$.

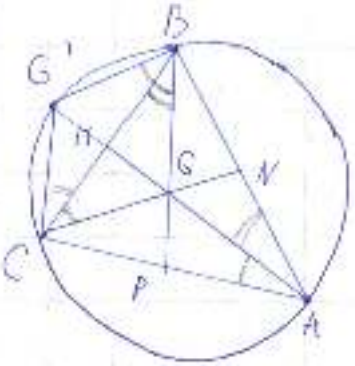
Первый подходящий вариант числа $a=b=c$, тогда $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ т.к. $(b,c)=(c,a)=(a,b)=a$ и $a=b=c$, т.е.

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)=2a$.

Но есть ли варианты, где $a\neq b\neq c$?

№2.





Дано: $\triangle ABC$, G - центроид, точка пересечения медиан, G' - симметрична G относительно BC, лежит на окружности описанной $\triangle ABC$. AM; CN; BP - медианы.

Найти: отношение $\frac{AG}{BC}$

Решение:

По свойству медиан - в точке пересечения они делятся в отношении 2:1 считая от вершины, получим:

$\frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GP} = \frac{CG}{GN} = \frac{2}{1}$. Так как $GM = MG'$ (симметричные точки G и G' относительно BC, а точка M - середина BC), то $\frac{AG}{G'M} = \frac{2}{1}$ и $\frac{AG}{GG'} = \frac{1}{1}$. То есть

$\frac{AG}{BC} = \frac{GG'}{BC}$.

Построим BG' и CG', так как GG' и BC в точке пересечения M делятся пополам, то четырёхугольник $BGCG'$ - параллелограмм. Значит $GC \parallel BG'$, $GC = BG'$, $GB \parallel CG'$, $GB = CG'$.

Четырёхугольник $ABG'C$ - вписанный в окружность так как G' лежит на окружности описанной $\triangle ABC$. То есть точки A, B, C, G' лежат на окружности.

$\angle ABG' = \angle ACG' = 180°$

$\angle BAC + \angle BG'C = 180^\circ$

Углы опирающиеся на одну дугу:

$\angle G'BC = \angle G'AC$

$\angle G'CB = \angle G'AB$

№3.

Докажите, что для любых действительных $a; b$ справедливо неравенство:

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

При $a \leq 0$, $b \leq 0$

$a^2 - 5a + 141ab - 1364b + 5476b^2 + 512 \geq 0$

$a(a-5) > 0$

$141ab > 0$

$512 > 0$

$5476b^2 - 1364b = 4b(1369b - 341)$, $4b(1369b - 341) > 0$

При $a < 0$, $b \geq 0$

$a(a-5) > 0$ $\quad$ $141ab \in [0; -\infty)$, но при $\forall a, 5|a|$ $a(a-5) > |141ab|$ т.к. $a = a$, $a|(a-5)| > 5$,

~~$b \in [0; \frac{341}{1369}]$~~ $\quad$ $a \cdot |141b| \in [0; 54\frac{635}{1369}]$. $4b(1369b - 341) \in [0; +2]$, где $+2$ - положительное число.

$b \in (\frac{341}{1369}; +\infty]$ аналогично доказывается, что $|141ab| <$

суммы всех остальных членов суммы.

При $a \geq 0$, $b < 0$

~~$4(5)$~~ $4b(1369b-341) > 0$

$512 > 0$, $141ab \leq 0$, но при $\forall b$ $|4(1369b-341)| > |141a|$ $|-a(a-5)|$.

$a(a-5)$, при $a \geq 5$, $a(a-5) \geq 0$, при $a \in [0; 5)$

$|a(a-5)| \leq 4{,}01 \Rightarrow 512 - a(a-5) > 0$.

То есть, при $\forall a; b$ (действительных)

$a(a-5) + 4b(1369-341) + 141ab + 512 \geq 0 \Rightarrow$

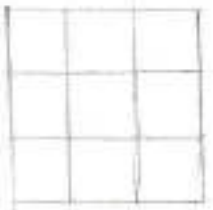
$a^2 + 141ab + 54976b^2 \geq 5a + 13646b - 512$

ч.т.д.

№4.

Сколькими способами можно заполнить цифрами 0, 1, ..., 9 (можно повторяться) таблицу 3x3 так, чтобы сумма цифр в каждой строке и столбце равнялась 5?

Решение.



5 можно получить из суммы цифр:

0+0+5=5; 0+2+3=5; 1+1+3=5;

0+1+4=5; 1+2+2=5; И их различными комбинациями. В случаях 0+1+4; 0+2+3 - мы имеем 6 комбинаций и по 2 в случаях 0+0+5; 1+1+3; 1+2+2: от изначального расположения данной тройки чисел количество итоговых комбинаций не зависит т.е. они изначально рассмотрены перестановками чисел. Итого: 6+6+2+2+2 = 18 вариантов.

Ответ: 18 вариантов.

№1

$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$

$(x,y)-?$

$a=1$

$b=2$

$c=3$

$1+(2,3)=2+(3,1)=3+(1,2)$

$(x,y)=\frac{1+2+3}{2}=3.$

Немесе

$a=0$ $\quad 0+(1,2)=1+(2,0)=2+(0,1)$

$b=1$ $\quad (x,y)=\frac{0+1+2}{2}=1\frac{1}{2}=1{,}5$

$c=2$

№2

ΔABC - үшбұрыш

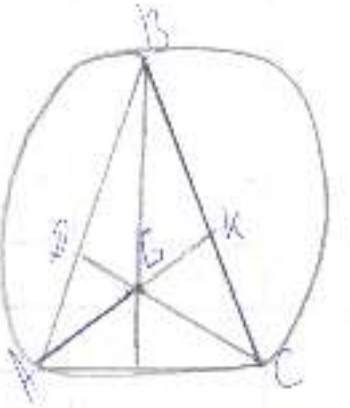
Б - центроид

$\frac{AБ}{BC} = ?$

$\frac{AБ}{BC} = \frac{AB}{БC}$

Келесі

$\frac{AБ}{BC} = \frac{DC}{БK}$



№3

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

a, b Кемуы сонда $n=0$.

$a=0$ $\quad 0^2+141\cdot 0\cdot 1+5476\cdot 1^2 \geq 5\cdot 0+1364\cdot 1-512$

$b=1$ $\quad 5476 \geq 1364-512$

$5476 \geq 852$

Немесе

$a=2$ $\quad 2^2+141\cdot 2\cdot 3+5476\cdot 3^2 \geq 5\cdot 2+1364\cdot 3-512$

$b=3$ $\quad 4+846+49284 \geq 10+4092-512$

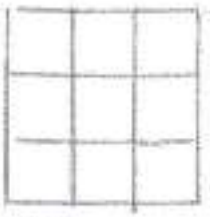
$850+49284 \geq 4102-512$

$50134 \geq 3590.$

№4

0, 1, ... 9 - крестер

2) бүтүнкү крестердер - 45



$= 5$
$= 5$
$= 5$ } 15

3 X 3

$45 : 5$

15 тизмек толтурган шартка балоо.

№1. $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a,b,c табыңыз. Бұл жерде (x,y) - x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

$a=81$, $b=243$, $c=729$.

$\frac{243}{81}=3$; $\frac{729}{81}=9$. $\frac{81}{81}=1$

$a+(b,c)=b+(c,a)=c(a,b)$

$81+(243,729)=243(729,81)=729(81,243)$

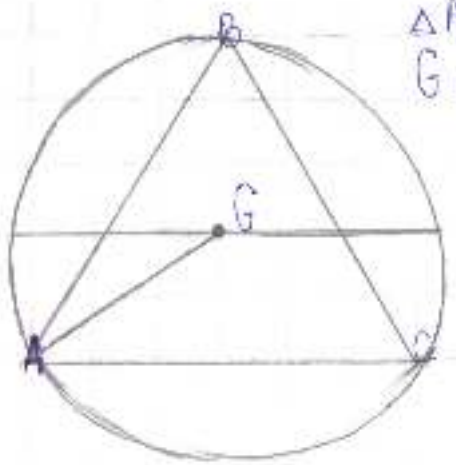
№2 $\triangle ABC$, G - центроид, медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесіне BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте ABC үшбұрышына сыртқы сызылған шеңбердің бойында жататын болсын. $\frac{BG}{BC}$ қатынасын табыңыз.

Берілгені:

$\triangle ABC$

G нүкте - центроид

$\frac{BG}{BC}$ - ?



№3 Кез келген нақты a,b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз.

$a^2+141ab+5476b^2 \geq 5a+1364b-512$

$a^2+141ab+5476b^2-5a-1364b+512 \geq 0$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$\frac{141}{2}=70,5 \qquad a^2+70,5\cdot 2ab+5476b^2$

$(a+b)^2 = a^2+b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a-b)=5a-1364b$

$a^2+2ab+b^2 = a^2+141ab+5476b^2$

$512=c$

$a=1, b=2$

$1^2+141\cdot 1\cdot 2+5476\cdot 4-5-1364\cdot 2+512 \geq 0$

$1+282+21904 \geq 5+2728-512$

$22187 \geq 2221$

a және $b \in (-\infty;+\infty)$

a және b барлық сандарды қабылдайды.

№4 0,1,...9 цифрлардан қайталанусыз шулкін) әр қатар-дағы және әр бағаннағы цифрлардың қосындысы 5-ке тең болатындай 3×3 тақтасын қанша әдіспен толтырып шығуға болады?

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

0+5=5

1+4=5

2+3=5

3+2=5

4+1=5

3×3 тақта

X	4	3+1	
1	5	5	
2			
3			

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 6!} = \frac{28\cdot 3}{1} = 84$$

1. $a+(b,c)=b+(a)=c+(a,b)$ болатындай барлық натурал a,b,c табыңыз.

Бұл теңдей (x,y) - x пен y сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші.

(b,c), (ca) (a,b), сонда (a,b,c) да a,b,c сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші бола алады. Сонда a b пен c натурал сандары кездейсоқ бір n санына көбейтілген болуы.

Бірақ, сол ең үлкен ортақ бөлгіш сол (a,b,c) натурал сандар арасында болуы мүмкін бе?

Мысалы, $(16,12,32)$ деп алайық:

$16+(12,32)=12+(16,32)=32+(16,12)$

$16+4=12+16=32+4$

$20=28=36$ бола алмайды.

Егер $(3,6,9)$

$3+(6,9)=6+(3,9)=9+(6,3)$

$3+3=6+3=9+3$

$9=6=11$ да бола алмайды

Тағы да бір мысал.

$(2,4,6)$

$2+(4,6)=4+(2,6)=6+(4,2)$

$2+2=4+2=6+2$

$4=6=8$

Осылайша бірнеше мысал келтіріп a,b,c сандары арасында қалағанымыз ең арасындағысы болмаса да, олар $a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$ теңдеуін келтіреді.

Егер тек олар бірдей болмаса.

Мысалы: $a=b=c$ мәндері болса 7 ала

$a \in R$, $b \in R$, $c \in R$.

2. ABC үшбұрышы берілген және G-центроид медианалардың қиылысу нүктесі болсын. G нүктесінде BC кесіндісінің қалыптық симметриялы нүкте ABC үшбұрышқа ішінен сызылған шеңбердің бойында жатпаған белгі. $\frac{AG}{BC}$ қатынасын табыңыз.

Шешу:

$S_{BGE} = S_{EGC} = S_{CGD} = S_{DGA} = S_{AGF} = S_{FGB}$, себебі,

Теорема бойынша центроид үшбұрышты бұрышқа бөлгенде, олардың аудандары тең болады.

$GE \perp BC$, $GD \perp AC$, $GF \perp AB$. BC, AC, AB хордалар болғанымен, ал центроид медиана, сонда шеңбер центрінен хордаға түсірілген тікбұрышты перпендикулярлар тең, онда ол хордаларды тең екіге бөледі. Сонда $GE \perp BC$.

ABC шеңберінің центрі G нүктесі болсын, себебі ABC үшбұрышқа центроид G, ал шеңбер сол үшбұрышқа іштей сызылған.

Яғни, $BG = GC = GA = r$, r - шеңбер радиусы.

Сонда $\triangle BGE = \triangle EGC = \triangle CGD = \triangle DGA = \triangle AGF = \triangle FGB$, себебі олардың аудандары, бір бұрышы және іштей сызылған (радиус) тең.

$S = \frac{1}{2} a \cdot b$ деген тік үшбұрыш үшін формуласын аламыз.

$r = \frac{1}{2} a b$, $2r = ab$. Сондағы Пифагор теоремасын $a^2 + b^2 = c^2$ шешуге тиіс. c радиус, бар болып үшбұрышқа ортақ. Сонда, екі катет b үшбұрышта бірдей деп санауға болады. Сонда $\triangle ABC$ теңбүйірлі.

$AG = r$, $BC = 2a$. Мұнда BG да радиус болғанымен, ал теңбүйірлі үшбұрышта медиана, биссектриса, биссектриса 0,5 радиус болғанымен $\angle GBE = 30^\circ$, сонда $\angle BGE = 60^\circ$.

$\sin 60^\circ = \frac{|BE|}{|BG|}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{r}$, $a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$

$BC = 2a = 2 \cdot \frac{r\sqrt{3}}{2} = r\sqrt{3}$

$\frac{|AG|}{|BC|} = \frac{r}{r\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Жауабы: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. Кез келген нақты a, b сандары үшін келесі теңсіздікті орындаңыз.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Шешуі:

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b \geq -512$

$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

$(a-b)^2 \geq 0$

$a^2 + b^2 \geq 2ab$ теңсіздігі орн.

4. 0, 1, ... 9 цифрларын қолдану (қайталануы мүмкін) әр қатардың тізбе әр бағанның цифрларының қосындысы 5-ке тең болатындай 3×3 тақтасын қанша әдіспен толтырып шығуға болады?

Шешуі:
Барлығы 0, 1, 2, 3, 4 тоғыз 5 цифрларын қолдануға болады. 6, 7, 8, 9 сандарын қолданбаға 5-тен асып кетеді.

Мысалы.

0	1	4
1	4	0
4	0	1

барлығы 3 сан қолданылған.

5	0	0
0	5	0
0	0	5

мұнда екі сан қолданылған.

Сонда. Басқа шешуілерін қарастырсақ. Әр бағанда екі сан әрдай бола алмайды.

2	1	2
1	2	2
2	2	1

Сонда барлығы 4 мүмкін сан мүзбен қолданылады.
(0, 1, 4), (1, 2, 2), (0, 0, 5), (1, 3, 1)

3·3=9 барлық барлығы 1 сан мүзбенілген.

Сонда 9·4=36 мүмкін әдіс

Жауабы: 36.