

Проблема 30 дәлел № 3.

Басқаруы 410 в одной паре из 3 чисел 2 нечетных, и
из 10 пар в одной не было исключений. Подсчитано. —

Дано

1 пара = 2 нечетных числа.

1011 пар = ? нечетных чисел

Решение.

1011.2 = 2022 нечетных пар.

Ответ: наибольшее возможное

значение количества нечетных чисел среди ~~выбранных~~ является
2022.

Задача № 4

Дано.

Докажите что для любых
действительных a, b справедливо
неравенство

$$a^2 + 141ab + 5426b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

Решение:

Я считаю что для любых ~~любых~~ действительных a, b
справедливо неравенство $a^2 + 141ab + 5426b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

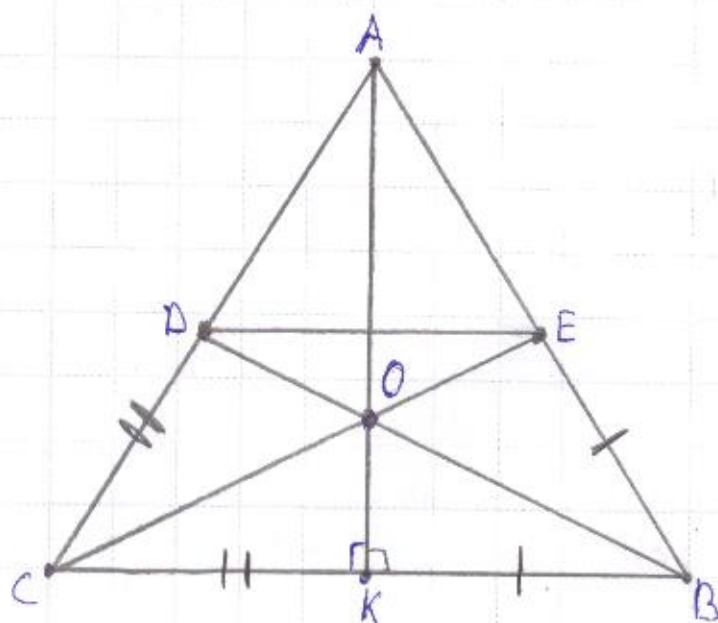
~~Докажу~~ Докажу след. утверждения.

- 1.левой стор. всё сводится, в отличие от прав. стороны
- 2.левой стор. мы видим 3 действия со знаком умножения в отличие от правой стороны, где происходит лишь 2 действия с умножением
- 3.левой стороны неки правой заданы как a так и b , что и упр. их равенство между собой.
- 4.левой стороны мы наблюдаем возведение в квадрат переменных a и b , чего нет у правой стороны.

5. Если мы возьмем отрицательное число для переменных a и b , то с правой стороны мы получим отрицательные числа для a и b , в отличие от левой стороны. У нас переменная a или b возведется в квадрат в конце мы получим положительное значение числа чем с правой стороны.

Вот же написанным способом я доказал, что для любых действительных a, b справедливо неравенство $a^2 + 141ab + 5426b^2 \geq 5a + 1364b - 512$.

Задача 1.



Дано

 $\triangle ABC$

AK - медиана.

O - центр тяжести.

AO = 2x

OD = x

BO = 2x

OE = x

Доказать $AB = AC$

Решение.

Пусть $KD = ED = x$,а $OD = OK = 2x$ т.к. AK - медиана, то $CK = KB$.т.к. $OD = OB = OE$ то $DB = CE$
получается $AB = AC$.

N1

Берілгені:

 $\triangle ABC$, AK - биссектриса $AB \perp EF$ $AC \perp UD$ $BE, FB = BK$ $CD = CK$ Т.А.К. $AB = AC$

Шешуі:

$BBCD$ диагональ сәуірсіз тараптан қиылыса AK тек, егер үшбұрыш ABC теңбұрыш болса, сонда $\triangle ABC$ - теңбұрыш екенін ескеріп, $\angle B = \angle A = \angle C$, $AB = BC = AC$.

N4

$$a^2 + 144ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$5476b^2 > 1364b$, b бірдей сан екенін ескерсек $1364b > 5476b^2$ еңкейіп бөліп алынады.
 512 таңда бірінші теңсіздіктің 2 жағында айтарым бар, 1 жағында теңсіздікте айтарым байқалмағандықтан a да маңызды фактор

б) Егер $a=1$, $b=2$ деп алсақ та

$$1^2 + 144 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$$

$$283 + 5476 \cdot 4 = 283 + 21904 = 22187$$

$$5 + 2728 - 512 = 2433 - 512 = 1921 \quad \text{сонда,}$$

$$22187 > 1921$$

N3

Берілгені:

 $a_1, a_2, \dots, a_{2021}$ - натурал сандарКүз келен екі a_i, a_j $i < j$ сандары үшін $a_i + a_j, a_i a_j, |a_i - a_j|$ сандары натурал болады.(Егер $\text{max} + \text{max} = \text{кеуіс сан}$)Тек: Мәжбүрлі алынған сандардың ішінде ең көп деңгейде қанша сан max сан бола-
тынын табыңыз.

Шешуі: Күз келген жағдайда:

Егер біз 2 max санды қоссақ, бізде кеуіс сан шығады ($7+7=14$, $13+13=26$), егер
2 max санды көбейтсек, max сан шығады ($7 \cdot 7=49$, $21 \cdot 21=441$...), егер азайтсақ, кеуіс
сан шығады ($9-7=2$, $19-15=4$...). Сонда біз 3 алынған сандардан егер a_i мен a_j max екенін
ексертіміз. Жауабы: (2 сан кеуіс, 1 max)2) $a_i = \text{кеуіс}$, $a_j = \text{max}$, сонда: $a_i + a_j = \text{max}$ сан. Мысал: $6+9=15$, $8+13=21$... $a_i \cdot a_j = \text{кеуіс сан}$. Мысал: $8 \cdot 9=72$, $8 \cdot 19=152$... $|a_i - a_j| = \text{max}$ сан. Мысал: $16-9=7$, $18-19=1-11=11$...Жауабы: (2 сан max , 1 кеуіс)3) $a_i = \text{кеуіс}$, $a_j = \text{кеуіс}$ сандар: $a_i + a_j = \text{кеуіс}$. Мысал: $6+8=14$, $2+4=6$... $a_i \cdot a_j = \text{кеуіс}$. Мысал: $6 \cdot 8=48$, $2 \cdot 4=8$... $|a_i - a_j| = \text{кеуіс}$. Мысал: $16-8=8$, $12-4=8$...Жауабы: 3 кеуіс сан, бірауі де max емес.Жауабы: Мәжбүрлі алынған сандардың ішінде ең көп деңгейде 2 сан max сан болатынын.

4-тапсырма

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

$$a=2 \quad b=2.$$

$$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 2 + 547 \cdot 2^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 2 - 512.$$

$$4 + 141 \cdot 4 + 547 \cdot 4 \geq 10 \cdot 1364 \cdot 2 - 512.$$

$$22472 \geq 2226.$$

$$a=1 \quad b=1$$

$$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512.$$

$$141 + 5476 \geq 1369 - 512.$$

$$688 \geq 57$$

$$5617 \geq 857$$

2-тапсырма

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$2 + (3, 4) = 3 + (4, 2) = 4 + (2, 3)$$

$$5, 4 = 7, 2 = 6, 3$$

a, b, c - натурал сандар.

1-тапсырма

Берілгені $\triangle ABC$ -да AK - биссектриса.

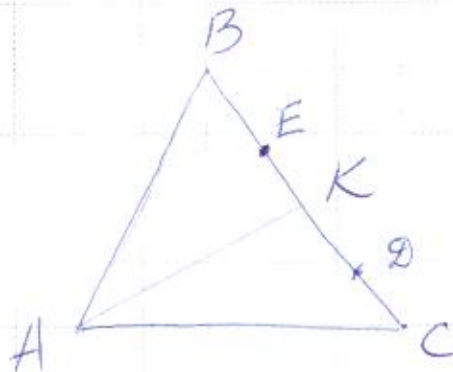
AB және AC түзулерінен сығарылған E және D ($E \neq A$, $D \neq A$) нүктелері аллған.

$$EB = BK \quad CD = CK$$

Егер $EBCKD$ төртбұрышының диагональдарының қиылысу нүктесі AK түзуінің бойында жатса,

(Табу керек: $AB =$) Дәлелдеу керек: $AB = AC$.

Дәлелдеуі:



3-тапсырма

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ - натурал сандар.

$a_i, a_j \ (i, j)$ $a_i + a_j, a_i a_j$

$|a_i, a_j|$

Табу керек: сандардың ішінде ең көп ретке
қанша сан тақ сан болады.

3) $a_1, a_2, \dots, a_{2012} \in \mathbb{N}$;

выбирается пара a_i и a_j при $i < j$ не четные,
выписывают 3 числа

1) $a_i + a_j$; 2) $a_i \cdot a_j$; 3) $|a_i - a_j|$; ~~4) a_i / a_j~~ (каждое число X может быть $[0; 3]$)

a_i и a_j - любое натуральное число, тогда

1) a_i и a_j - четные числа, тогда :

при сложении, вычитании, умножении получается четное число, тогда $X=0$

2) a_i и a_j - четное и нечетное, тогда :

при сложении и вычитании получается нечетное,
при умножении получается четное, тогда $X=2$.

3) a_i и a_j - нечетные числа, тогда

при сложении получается четное

при вычитании и умножении получается нечетное,
тогда $X=2$.

Итак, из этого можно сказать, что из 3х чисел максимум будет 2 нечетных.

4) $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1) $0 + 0 \geq -512$
 $0 \geq -512$

2) $1 + 1410 + 547600 \geq 5 + 13640 - 512$
 $548011 \geq 13133$

3) $100 + 1410 + 5476 \geq 50 + 1364 - 512$
 $7086 \geq 302$

Вывод: $a, b, c \in \mathbb{N}$

1) Если $a = b$
Пример: $a=0; b=0$

2) Если $a < b$
Пример: $a=1; b=10$

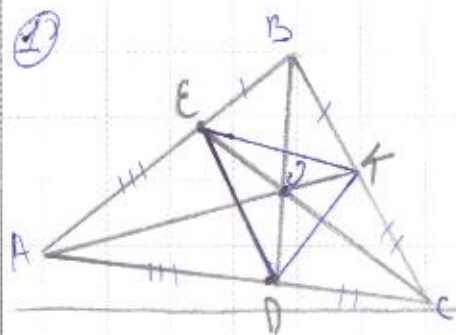
3) Если $a > b$
Пример: $a=10; b=1$

$$② a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$1 + 1, 1 = 1 + 1, 1 = 1, 1 + 1$$

$$2, 1 = 2, 1 = 2, 1$$

При условии, что $a = b = c$
тогда a, b и $c \in \mathbb{N}$, потому
это равенство соблюдается



Дано:

$\triangle ABC$ - треугольник

$$EB = BK$$

$$CD = CK$$

Доказать, что $AB = AC$

BD - биссектриса

CE - биссектриса

O - точка пересечения биссектрис $\triangle ABC$ $\triangle AED$ значит $AE = AD$

$\angle AOC = \angle COB = \angle AOB = 60^\circ$ (в равнобедренных треугольниках) $360 : 60 = 60^\circ$

значит $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

высодит $AB = AC = BC$

2 Задание.

Найдите все натуральные a, b, c такие, что:

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

Здесь (x, y) - наибольший общий делитель чисел x и y .

Так как (x, y) - НОД чисел x и y , составим равенство:

$$\frac{a}{(c, a)(a, b)} = \frac{b}{(a, b)(b, c)} = \frac{c}{(b, c)(c, a)} \Rightarrow \text{найдем, что равенство будет} \\ \text{верным при } a=1$$

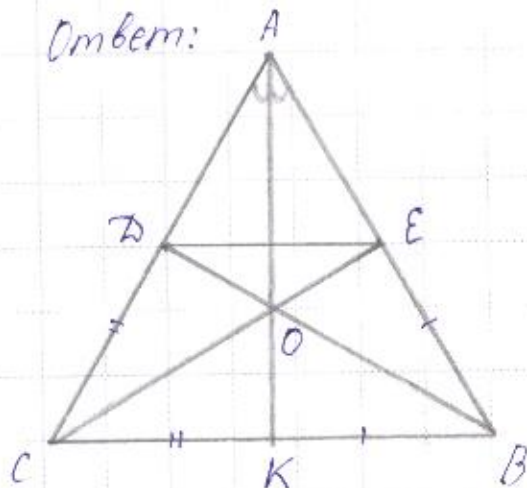
$$b=1$$

$$c=1$$

1 Задание.

В треугольнике ABC проведена биссектриса AK . На прямой AB и AC выбраны точки E, D ($E \neq A$), ($D \neq A$) соответственно. Оказалось, что точки E, D лежат по одну сторону от прямой BC и $EB = BK$, $CD = CK$. Докажите, что если точка пересечения диагоналей четырехугольника $EBKD$ лежит на прямой AK то $AB = AC$.

Ответ:

Дано: $\triangle ABC$ AK - биссектриса $E \in AB, D \in AC$ $EB = BK, CD = CK$ $O \in AK$.Найти: $AB = AC$

Решение: Предположим, что $\triangle ABC$ - р/б, тогда AK является биссектрисой, медианой и высотой. Тогда четырехугольник $DEBC$ тоже равнобедренный ($EB = DC$).
 $\triangle AED$ и $\triangle ABC$ - подобные (по 2 сторонам и $\angle$ между ними)

Отсюда $ED \parallel BC \Rightarrow EDCB$ - р/б трапеция.

Диагонали р/б трапеции делят угол пополам $\Rightarrow$
 $\Rightarrow CE$ и DB - биссектрисы $\triangle ABC \Rightarrow$ биссектрисы $\triangle$ пересекаются в одной точке (O)

Ответ: Если диагонали четырехугольника пересекаются на отрезке AK , то $AB = AC$.

4 Задание

Докажите, что для любых действительных a, b справедливо неравенство: $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Пусть $a = \pm 1$ и $b = \pm 1$, тогда неравенство:

$$1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512 \text{ верно.}$$

$$1 + 141 + 5476 \geq -5 - 1364 - 512 \text{ верно.}$$

При $a = \pm 1$, а $b = \mp 1$, неравенство:

$$1 + 141 + 5476 \geq 5 - 1364 - 512 \text{ верно}$$

$$1 + 141 + 5476 \geq -5 + 1364 - 512 \text{ верно}$$

⇓

Любое действительное a, b справедливо для неравенства.

При $a = \pm 1$, а $b = 0$, неравенство:

$$1 + 0 \geq \pm 5 - 512 \text{ верно.}$$

Аналогично, при $a = 0$, а $b = \pm 1$, неравенство:

$$0 + 5476 \geq \pm 1364 - 512$$

3 задание.

Пусть $a_1, a_2, \dots, a_{1022}$ - натуральные числа. Для каждой пары чисел a_i, a_j при $i < j$ записываются числа $a_i + a_j, a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$. Найдите наибольшее возможное значение количества нечетных чисел среди записанных.

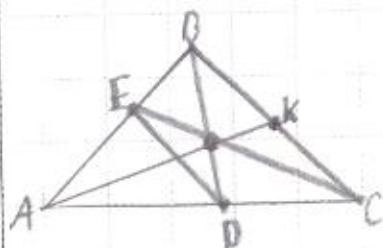
При сложении и вычитании чисел, для получения нечетного числа, необходимо 1 четное и 1 нечетное число.

При умножении необходимо 2 нечетных числа.

Предположим, что нечетных и четных чисел равно по половине, тогда при сложении нечетных чисел при $i < j = 1011$, при перемножении 506, и при вычитании под знаком $\pm$ модуль 1011. Итого: максимальное число нечетных записанных чисел 2528.

При всех нечетных числах, максимальное значение 1011.

Задача 1



т.к. $\angle AEB = \angle BDC$, $\angle EAB = \angle DCB$, а также учитывая, что $EB = DC$

и $CD = CK$. можно утверждать, что $BE = CK$, т.к. они

исходят из биссектрисы и учитывая что $EB = DC$ и

$AD = AC$.

Задача 4

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

В левой части неравенства можно увидеть квадраты, а значит, что

каждая часть будет всегда положительна, в правой же части квадратов

нет. Что бы мы не подставили в левую часть уравнения, ответ всегда

будет положительным и благодаря квадратам будет превосходить число

получившееся в правой части. Если $a = b = 0$, то $0 > -512$, если $a = b = -1$, то

смысла будет отсюда. а слова положительной и т.д.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Задача №1

Берілгені:

 ABC - үшбұрыш AK - биіктігіЕмне $D \in AB$ және AC $BC, EB = BK$ $CD = CK$ $EBCD$ - төрт бұрышДік: $AB = AC$

Задача №2

$$a+(b,c)=b+(c,a)=c+(a,b)$$

Задача №3

$$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$$

$$a_i, a_j, a_i + a_j$$

$$a_i < a_j, a_i a_j, |a_i - a_j|$$

$$a_1 + a_{2022} = a_{2023} = \max$$

$$a_2 + a_{2021} = a_{2023}$$

$$a_3 + a_{2020} = a_{2023}$$

$$\begin{array}{r} 2022 \mid 2 \\ 2022 \mid 1011 \\ \hline 0 \end{array}$$

Жауабы: 1011 max сан.

Задача №4

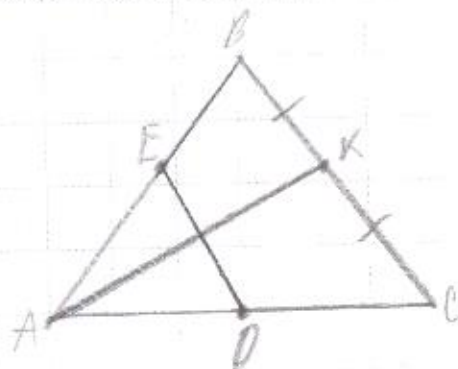
$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 = 0$$

$$5a + 1364b - 512 = 0$$

$$a^2 + 11a \cdot 11b + 5476b^2 = 0$$

$$a(a+11) \cdot b(11+5476b) = 0$$



Әмірегі:

$$(BC \perp AK) \quad AK \perp BC$$

$$(ED \perp AK) \quad AK \perp ED$$

$$AE = AD$$

$$EB + DC = ED + BC$$

$$EB = DC$$

$$AE + EB = AD + DC$$

$$AB = AC$$

✓4

$$a^2 + 141ab + 5496b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

методом подбора находим что $\sqrt{5496} = 74$

$$a^2 + 148ab + 5496b^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 - 7ab \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 + 512 \geq 5a + 7ab + 1364b$$

в любом случае $(a + 74b)^2 + 512 \geq 5a + 7ab + 1364b$

если $b = 0$, тогда $a^2 + 512 \geq 5a +$

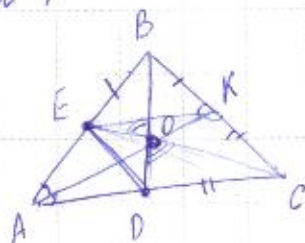
если a тоже $= 0$ тогда $512 \geq 0$

если a и b отрицательные числа

то $(a + 74b)^2 + 512 \geq 5a + 7ab + 1364b$

то тоже удовлетворяет условию

✓1



Дано:

AK - биссектр.

$$EB = BK$$

$$CD = CK$$

EBD - ^{сплошной} ~~треугольн.~~

Решение:

Рассмотрим $\triangle ABC$, $\angle BAK = \angle KAC$,

т.к. AK - биссектр. $\Rightarrow \angle BAK = \angle KAC$,

т.к. они накрест лежащие с углами $\angle BAK$ и $\angle KAC$

$\angle EOB = \angle DOC$, $\angle EOD = \angle BOE$, т.к. они вертикальные

$$\frac{EO}{OC} = \frac{BO}{CO} = \frac{EO}{DO} \Rightarrow \triangle BOE \sim \triangle EOD$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$$

$$\Rightarrow AB = AC$$

√2

$$a + (b, c) = b + (a, c) = c + (a, b)$$

$$a = \frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{2} \quad c = 0$$

√3

$$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$$

$$a_i, a_j \quad \text{при } i < j$$

$$a_i + a_j; a_i \cdot a_j; |a_i - a_j|;$$

$$2022 - \frac{1}{2} \text{ нечетных}$$

$$a_j + a_{j-1} = \text{нечетное}$$

$$a_j + a_{j-2} = \text{четное}$$

$$a_j + a_{j-1} = \text{четное}$$

$$a_{j-1} + a_{j-2} = \text{нечетное}$$

$$a_j - a_{j-1} = \text{нечетное}$$

$$a_j - a_{j-2} = \text{четное}$$

$\frac{1010}{2}$ нечетных чисел, или каждое нечетное число
умножат на каждое четное

505 или максимум

если от всех четных 1011 отнять все
нечетные 1011 тогда

получится 1011 пар или разностей
которые да от нечетных чисел

ответ: 1011 максимум

N3

Бізге $a_1, a_2, \dots, a_n$ натурал сандар тізбесі берілді және кез келген екі $a_i, a_j (i < j)$ сандары үшін $(a_i + a_j)$, $a_i a_j$ және $|a_i - a_j|$ сандары жаралма амонда.

Яғни: $(a_i + a_j) - 1$ сан $(a_i a_j) - 1$ сан $|a_i - a_j| = 1$ сан ($|a_i - a_j| \geq 0$)

Мешуі: Бірақ біз бірмеше комбинацияларда қарастырайық:

$$\begin{aligned} 1) \text{ Егер } a_i \text{ және } a_j \text{ - жуп сандар} \\ \left. \begin{aligned} (a_i + a_j) &= \text{жуп сан} \\ (a_i \cdot a_j) &= \text{жуп сан} \\ |a_i - a_j| &= \text{жуп сан} \end{aligned} \right\} 0 \text{ тақ сан} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ Егер } a_i \text{ және } a_j \text{ - тақ сандар} \\ \left. \begin{aligned} (a_i + a_j) &= \text{жуп сан} \\ (a_i \cdot a_j) &= \text{тақ сан} \\ |a_i - a_j| &= \text{жуп сан} \end{aligned} \right\} 1 \text{ тақ сан} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ Егер } a_i \text{ - жуп; } a_j \text{ - тақ} \\ \left. \begin{aligned} (a_i + a_j) &= \text{тақ сан} \\ (a_i \cdot a_j) &= \text{жуп сан} \\ |a_i - a_j| &= \text{тақ сан} \end{aligned} \right\} 2 \text{ тақ сан} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \text{ Егер } a_i \text{ - тақ; } a_j \text{ - жуп} \\ \left. \begin{aligned} (a_i + a_j) &= \text{тақ сан} \\ (a_i \cdot a_j) &= \text{жуп сан} \\ |a_i - a_j| &= \text{тақ сан} \end{aligned} \right\} 2 \text{ тақ сан} \end{aligned}$$

Жауабы: Жаралма амондан сандардың ішінде ең көп дегенде 2 сан тақ сан болады.

$$\sqrt{2} \quad \begin{matrix} b \cdot c \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} c \cdot a \\ \downarrow \end{matrix} \quad \begin{matrix} a \cdot b \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a, b, c = ?$$

$$a + (bc) = b + (c \cdot a) = c + (a \cdot b)$$

$$a + bc = b + ca = c + ab$$

$$bc - ca - ab = c - b - a$$

$$bc - ca - ab = bc - ca - ab - b - a$$

$$-b - a = bc - ca - ab - bc + ca - ab$$

$$a = -b$$

$$-b + bc = b + c \cdot (-b) = c + (-b \cdot b)$$

$$-b + bc = b - cb = c - b^2$$

$$-2b + b^2 = -c$$

$$b^2 - 2b - c = 0$$

$$D = 2^2 + 4c = 4 + 4c = 4(1+c)$$

$$b_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4(1+c)}}{2} = \pm 2\sqrt{1+c}$$

$$a = \pm 2\sqrt{1+c}$$

$$2\sqrt{1+c} + (2\sqrt{1+c} \cdot c) = 2\sqrt{1+c} + (c \cdot 2\sqrt{1+c}) = c + (2\sqrt{1+c} \cdot 2\sqrt{1+c})$$

$$2\sqrt{1+c} + 2c\sqrt{1+c} = 2\sqrt{1+c} + 2c\sqrt{1+c} = c + 2\sqrt{1+c} \cdot 2$$

$$2\sqrt{1+c} + 2c\sqrt{1+c} - 2\sqrt{1+c} = 2c\sqrt{1+c} - 2 + 2c = c$$

$$-2 + 2c = c$$

$$3c = 2$$

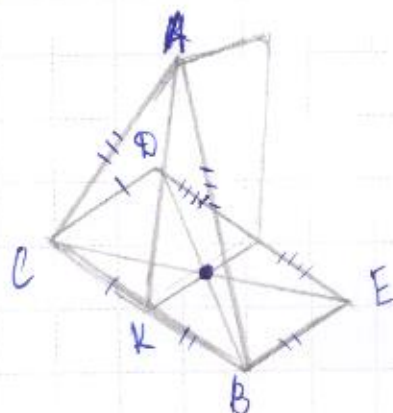
$$c = 1,5$$

$$a = 2\sqrt{1+1,5} = 2\sqrt{2,5} = \sqrt{5}$$

$$b = -\sqrt{5}$$

$$\text{Жауабы: } a = \sqrt{5}; b = -\sqrt{5}; c = 1,5$$

N1



Берілгені : $ABC - \Delta$ (үшбұрыш)

AK - биссектриса

$E \neq A; D \neq A$

$EB = BK; CD = CK; CK = KB$

Дәлелдеу керек $AB = BC$

Дәлелдеуі : $\angle CAK = \angle KBA; CK = KB$

Егер $\angle CAK$ және $\angle KBA$ үшбұрыштарының табандары бір-біріне тең және олардың ортақ биіктігі болса, яғни AK , онда олардың гипотенуздары бір-біріне тең болады. (теңбүйірлі үшбұрыш)
 $AB = AC$

№4

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a, b \in \mathbb{R}$$

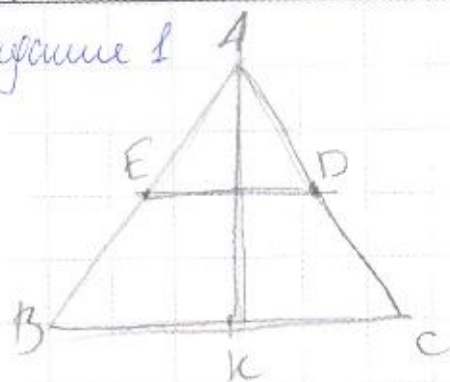
Мысалы:

$$a=1; b=1$$

$$1^2 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512$$

$$5618 \geq 854$$

Задание 1



Егер мы возьмем точки E и D, то можем увидеть что они параллельны, с B и C тоже самое. И так как это треугольник, если продолжим EB, то это касательная точке A, DC если продолжим, получится то же самое. АК у нас пересекает четырехугольник EBCD и $DC = AD$; $BE = AE$; так как EB и DC у нас параллельны и они у нас равно к AD и AE то, ~~AB и AC~~ сторона AB и AC = AB = AC.

Задание 3

$a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ - натуральное число. Для каждой пары чисел a_i, a_j при $j < i$ формируются числа $a_i + a_j, a_i a_j$ и $|a_i - a_j|$.

$$2022 : 2 = 1011$$

Ответ: 1011 чисел из полученных чисел есть вписанных.

Задача 4

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

используемая формула данна на мно-
жестве / форму

Задача 2

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

Найдена все минимальные числа a, b, c
такие чтоЗдесь (x, y) - наибольший общий делитель
чисел x и y .

НН.

Берілгені: кез келген натурал a, b сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз:

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

Табу керек: теңсіздікті дәлелдеу.

Шешуі: Егер a, b сандары натурал болса, онда біз оларға кез келген сан қоя беруге боламыз.

Мәселен: 1) $a = 0, b = 0$ деп алсақ, онда:

$$0^2 + 141 \cdot 0 \cdot 0 + 5476 \cdot 0^2 \geq 5 \cdot 0 + 1364 \cdot 0 - 512.$$

$$0 + 0 + 0 \geq 0 + 0 - 512.$$

$$0 \geq -512$$

Исрәкәндә дә 0 артық -512

2) мәселә: $a = 1, b = 1$ деп алсақ, онда

$$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512.$$

$$1 + 141 + 5476 \cdot 1 \geq 5 + 1364 - 512$$

$$5618 \geq 857.$$

Исрәкәндә дә өскә теңсіздік артырады, себебі 5618 саны артық 857 санынан.

3) мәселә: $a = 2, b = 1$ деп алсақ, онда

$$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 1 - 512$$

$$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512$$

$$5762 \geq 862$$

өскә кәздә дә 5762 саны 862-санынан артық болады.

НН.

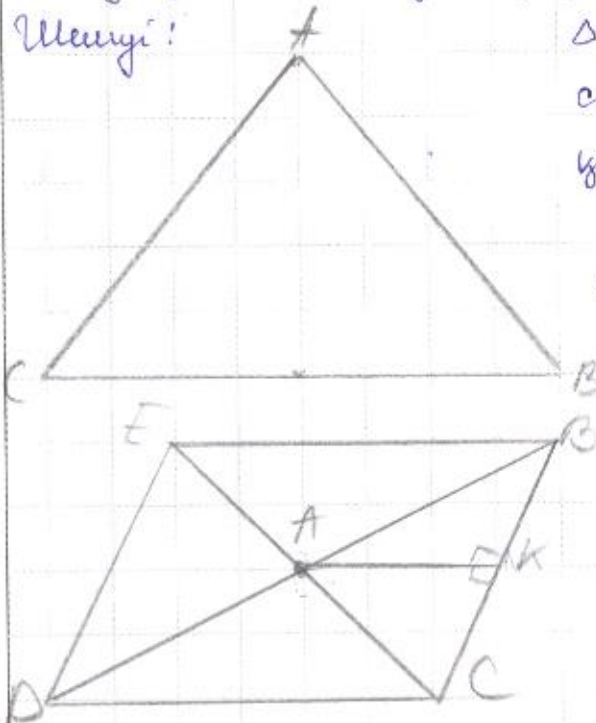
Осылай біз AB мен AC сандарға a мен b орнына келіп, теңсіздік орындамады.

Жауап: дұрыс.

№1. Берілгені: $\triangle ABC$, AK - биссектриса, $E \neq A$, $D \neq A$, E және D нүктелері AB және AC түзулеріне сәйкестіне алынады. E, D нүктелері BC түзуіне қатысты бір жақта жатыр. $EB = BK$, $CD = CK$. Егер $EBCD$ диагональдарының қиылысу нүктесі AK түзуінің бойында жатса, онда $AB = AC$ болатынын дәлелдеңіз.

Табу керек: $AB = AC$ дәлелдеу.

Шешуі:



$\triangle ABE$ - теңбүйірлі, сондықтан $AB = AE$.
себебі теңбүйірлі үшбұрыштың бұйір қабырғалары тең.

$EBCD$ - параллелограмм болса,
онда $EB = DC$, $ED = BC$.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№3. Берілгені: $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ натурал сандар болсын. Кез келген екі a_i, a_j ($i < j$) сандары үшін $a_i + a_j$, $a_i a_j$ және $|a_i - a_j|$ сандары жаратын алынса. Мағыналы алынған сандардың ең көп дегенде қанша сан тақ сан болатынын табыңыз.

Жауы керек: $\nearrow$

Шешуі: егер $i < j$ болса, онда $a_i < a_j$.

Мысалы: $a_i = 1$, $a_j = 3$ деп алайық.

$1 + 3 = 4$ (жұп сан); $1 \cdot 3 = 3$ (тақ сан); $|1 - 3| = 2$ (жұп сан)

2022 сандық ішінде 1011 тақ сан бар.

2 мысал: $a_i = 3$, $a_j = 7$

$3 + 7 = 10$ (жұп сан); $3 \cdot 7 = 21$ (тақ сан); $|3 - 7| = 4$ (жұп сан)

3 мысал: $a_i = 6$, $a_j = 10$

$6 + 10 = 16$ (жұп сан); $6 \cdot 10 = 60$ (жұп сан); $|6 - 10| = 4$ (жұп сан)

Егер, біз тақ сандарды қайтасын, онда $a_i + a_j$, $a_i a_j$, $|a_i - a_j|$ жауабында 1 тақ сан шығады. Ал егер жұп сандарды қайтасын, жауабында бірде бір тақ сан шықпайды. Бізге тақ сандар керек, сонда $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ сандар ішінде 1011 тақ сан бар. Сондықтан, біз $1 \cdot 1011 = 1011$ тақ сан.

Жауабы: ең көп дегенде 1011 тақ сан болады.

№2. Берілгені: $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$ бағатындай барлық натурал a, b, c табылады.

Бұл жердегі (x, y) - x және y сандарының ең үлкен ортақ бөлігі.

Табу керек: барлық натурал a, b, c

Шешуі: 1 мысал: $a = 1, b = 1, c = 1$.

$$1 + (1, 1) = 1 + (1, 1) = 1 + (1, 1)$$

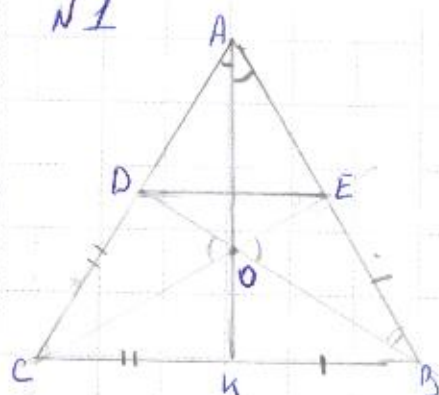
1 және 1 ең үлкен ортақ бөлігі табылады: $\begin{array}{c} 1 \\ | \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ | \\ 1 \end{array}$

$$(406)(1; 1) = 1.$$

$$1 + 1 = 1 + 1 = 1 + 1$$

$$2 = 2 = 2$$

N1

Дано: $\triangle ABC$ AK - биссектриса, $\angle CAK = \angle KAB$ $EB = BK$, $CO = CK$

EBCD - четырехугольник.

Д/тз $AC = AB$ Д/во: $\triangle EOB \sim \triangle ODC$ $\angle EOB = \angle DOC$ (вертикальные) $\angle ODC = \angle EBO$ (накрест лежащие) $\angle OCD = \angle OEB$ (накрест лежащие)
 $\left. \begin{array}{l} DE \parallel BC, DB - \text{секущая} \\ DE \parallel BC, CE - \text{секущая} \end{array} \right\} \Rightarrow$
 $\triangle EOB \sim \triangle ODC$ (по трем углам) $\Rightarrow$ $DC = EB \Rightarrow BK = CK$ т.к. $BK = CK$, то AK - медианаAK - медиана и биссектриса $\Rightarrow AB = AC$ (по свойству равнобедренного $\triangle$)

N2

N4.

Д/тз: $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

Д/во:

$$a^2 + 140ab + ab + 4800b^2 + 576b^2 = (a+70b)^2 + ab + 576b^2 = (a+70b)^2 + b(a+576b)$$

$$(a+70b)^2 + b(a+576b) \geq 5a + 1364b - 512$$

AKM

AKM

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Парақ / Страница № 2

№2.

$$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$$

$$a+b = b+c = c+a$$

$$a+c = b+a = c+b$$

a=

b=

c=

AKM AKM

Шифрды ұйымдастырушы толтырады
Шифр заполняется организатором

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника Парақ / Страница № 3

№3.

 $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ - натурал саны n .

$$a_i + a_j$$

$$a_i \cdot a_j \quad i < j$$

$$|a_i - a_j|$$

Егер сандар i - нөмірі нечетное, j - четное, то всегда при выполнении условия будет два нечетных $\Rightarrow$

$$2022 : 2 = 1011.$$

Оған: 1011 ^{наибольших} ^{возможных} нечетных чисел.~~№3.~~

1. ТАПСЫРМА.

Берілгені:

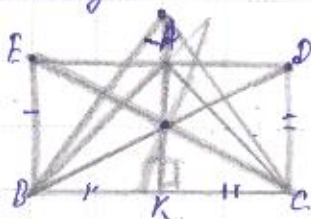
 $\triangle ABC$.

AK-биссектриса.

E, D-нүктелері:

 $EB = BK$. $CD = CK$.

Шешуі:



Кезекпен төртбұрыштың диагональдарының қиылысу нүктесі төртбұрыштың қиылысу нүктесіне екіге бөледі. Сондықтан $BK = CK$.
Демек биссектриса үшбұрыштың табанын екіге бөледі.

 $\triangle ACK - \triangle ABK$ - тікбұрыштық үшбұрыш.

$$\angle BAK = \angle CAK$$

$$\triangle ABK = \triangle ACK = 180^\circ$$

$$\angle BKA = \angle CKA = 90^\circ$$

$$\angle A = \angle BAK + \angle CAK$$

$$\angle A = 60 + 60 = 120^\circ$$

$$\angle B = \angle C$$

$$\triangle ABC = 180^\circ$$

$$\angle B, \angle C = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\angle B + \angle BAK = 90^\circ$$

$$\angle B = 30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$$

$$\angle BAK = 90 - 30 = 60^\circ \quad \angle BAK = \angle CKA - \angle B$$

$$\angle BAK = 90 - 45 = 45^\circ$$

$$\angle A = 45 + 45 = 90^\circ$$

$$\angle B = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\angle BAK = 90 - 60 = 30^\circ$$

$$\angle A = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

$\angle B = \angle C = \angle A$ Демек үшбұрыш тең қабырғалы үшбұрыш немесе
 $\angle B = \angle C$ болса үшбұрыш тең бүйірлі делен ^{еміз.} ~~сқ.~~

Жауабы: $AB = AC$ себебі үшбұрыш тең бүйірлі немесе тең қабырғалы.

2-Талсформа.

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a + x = b + y = c + z.$$

$$a + c = b + a = c + b$$

$$a + c = b$$

3-Тансырма.

$$2022 : 2 = 1011 - \text{макс сир}$$

$$C_n^k = \frac{1011!}{(1011-2)! \cdot 2!} = \frac{1009! \cdot 1010 \cdot 1011}{1008! \cdot 1 \cdot 2} = 505 \cdot 1011 = 510555$$

4-Тансырма.

$$a = 2$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$b = 3$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

деген сандарға алсақ

$$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 3 + 5476 \cdot 3^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 3 - 512$$

$$41282,3 \geq 16428,3$$

Берілгені:

 $\triangle ABC$

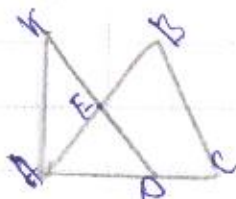
AK-биік

ED қатынасты BC

ED = BK

ED = EK

EBCD төртбұрышы

Шығу керек: $AB = AC$ 

Шешуі:

 $AB = AC$ $(E \neq A, D \neq A)$

AB - теңбұйырғы

AC - теңбұйырғы.

AB = AC

$$33 + (44, 55) = 44 + (55, 33) = 55 + (33, 44).$$

$$177, 881 = (99, 77) = (88, 99).$$

$$a_1 = 2 \quad a_2 = 11, \dots, a_{2022} = 404498$$

тапсырма.

$$2+4=6 \quad 2 \cdot 4=8 \quad |2-4|$$

$$|-2|$$

$$a=2 \quad b=1.$$

$$2^2 + 141.22 + 8476 \cdot 1^2 \geq 5.2 + 1364 \cdot 1 - 512.$$

$$5762 \geq 862.$$

$$N4. a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

Егер $a=1, b=1$ болса,

$$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512.$$

$$1 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512.$$

$$5617 \geq 857.$$

Егер $a=2, b=1$ болса,

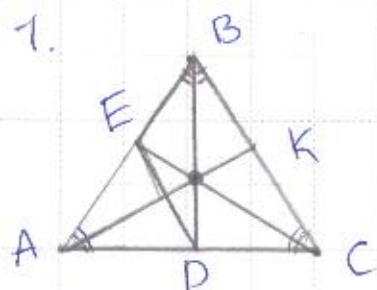
$$2^2 + 141 \cdot 2 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 2 + 1364 \cdot 1 - 512.$$

$$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512.$$

$$5762 \geq 862.$$

яғни теңсіздік орындалады.

Сондықтан теңсіздік дұрыс.



ABC - теңбүйірлі үшбұрыш
ген алсақ

$$A = B = C$$

AK = биссектриса.

CE = биссектриса

BD = биссектриса

CE биссектриса сәулесі $AE = EB$.

BD биссектриса сәулесі $AD = DC$.

$EB = BK, CD = CK$.

$$BK = KC, BC = AC.$$

Сондықтан $AB = AC$

№2. $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$.
 $a = 3, b = 1, c = 2$ болса,
 $3 + (1, 2) = 1 + (2, 3) = 2 + (3, 1)$
 $a + (b, c) = a + (b + c)$,
 $b + (c, a) = b + (c + a)$,
 $c + (a, b) = c + (a + b)$ болса
 $3 + (1 + 2) = 1 + (2 + 3) = 2 + (3 + 1) = 6$.

3. $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ натурал сандар.
 Кез келген екі a_i, a_j ($i < j$) сандары
 үшін $a_i + a_j$, $a_i a_j$ және $|a_i - a_j|$
 сандары тағанып алаңаға.
 $a_i = 2, a_j = 5$ болса.
 $a_i + a_j = 2 + 5 = 7$
 $a_i \cdot a_j = 2 \cdot 5 = 10$.
 $|a_i - a_j| = |2 - 5| = |-3|$
 Осы тағанып алаңтан сандардың
 ішіне 2 тағы сан бар.